

S. RÉALIS

Identités arithmétiques

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 9
(1870), p. 546-547

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__546_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

IDENTITÉS ARITHMÉTIQUES;

PAR M. S. RÉALIS.

I. Ayant écrit suivant l'ordre descendant la suite des puissances k des $n + 1$ premiers nombres impairs, ainsi qu'il suit,

$$(2n+1)^k, (2n-1)^k, (2n-3)^k, \dots, 3^k, 1^k,$$

on multiplie chaque terme par le terme correspondant de la suite

$$1, T_1, T_2, \dots, T_{n-1}, T_n,$$

dans laquelle T_i est le coefficient de x^i dans le développement de $(1-x)^{2n+1}$, et l'on désigne par $f(k)$ l'expression

$$(2n+1)^k + T_1(2n-1)^k + T_2(2n-3)^k + \dots + T_{n-1}3^k + T_n1^k.$$

Cela posé, si k est un impair positif qui ne dépasse pas $2n-1$, on a

$$f(k) = 0;$$

pour $k = 2n+1$, on a

$$\frac{f(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n+1)} = 2^{2n}.$$

II. On désigne par $f(k)$ l'expression

$$n^k + T_1(n-1)^k + T_2(n-2)^k + \dots + T_i(n-i)^k + \dots \\ + T_{n-3}3^k + T_{n-2}2^k + T_{n-1}1^k,$$

dans laquelle n est un nombre entier plus grand que l'unité, et T_i est le coefficient de x^i dans le développement de $(1-x)^{2n}$.

Cela posé, si k est un nombre pair compris entre 0 et $2n$, on a

$$f(k) = 0;$$

si $k = 2n$, on a

$$\frac{f(2n)}{1.2.3.4\dots(2n-1)2n} = \frac{1}{2}.$$
