

PH. GILBERT

Sur les courbes planes à équations trinômes

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 9
(1870), p. 370-371

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__370_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES COURBES PLANES A ÉQUATIONS TRINOMES;

PAR M. PH. GILBERT.

I. L'enveloppe de la courbe qui a pour équation

$$(1) \quad \left(\frac{x}{x_1}\right)^m + \left(\frac{y}{y_1}\right)^m = 1,$$

les paramètres (x_1, y_1) devant vérifier l'équation

$$(2) \quad \left(\frac{x_1}{a}\right)^p + \left(\frac{y_1}{b}\right)^p = 1,$$

est la courbe

$$(3) \quad \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{mp}{m+p}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{mp}{m+p}} = 1 \quad (*).$$

Cas particuliers. — 1° Si $\frac{mp}{m+p} = 1$, l'enveloppe se réduit à une droite ou à un système de droites; 2° si a, b sont les demi-axes d'une ellipse, menons une droite qui coupe ces axes aux distances du centre $\frac{a^2 - b^2}{a}, \frac{a^2 - b^2}{b}$; projetons un point quelconque de cette droite sur les axes : l'ellipse variable qui a ses sommets aux points de projection a pour enveloppe la développée de l'ellipse proposée.

II. Soient ρ et ρ' les rayons de courbure de la courbe (1) et de son enveloppe (3), au point de contact.

(*) Voir *Nouvelles Annales*, 1^{re} serie, t. XIII, p. 193.

On a la relation

$$\rho(m-1) = \rho' \left(\frac{mp}{m+p} - 1 \right),$$

indépendante de a et b .

III. *Le rapport des rayons de courbure d'une ellipse et de sa développée aux points correspondants est le tiers du rapport des portions de leurs tangentes respectives comprises entre les axes.*

IV. Si dans le problème (I) l'on suppose $p = \frac{2m}{m-1}$ et $m > 1$, les équations (2) et (3) deviennent respectivement

$$\left(\frac{x_1}{a} \right)^{\frac{2m}{m-1}} + \left(\frac{y_1}{a} \right)^{\frac{2m}{m-1}} = 1.$$

$$\left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{2m}{m+1}} + \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{2m}{m+1}} = 1.$$

Soient S et S' les aires de ces deux courbes dans l'angle des coordonnées positives. On a la relation

$$SS' = \frac{\pi a^2 b^2}{8} \frac{m^2 - 1}{m} \operatorname{tg} \frac{2m}{\pi}.$$
