

E. LEMOINE

Note sur une question d'arithmétique

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 9
(1870), p. 368-369

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__368_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR UNE QUESTION D'ARITHMÉTIQUE;

PAR M. E. LEMOINE,

Professeur.

Toute puissance entière μ d'un nombre entier l peut être obtenue en prenant la somme de l^k termes consé-

(*) Théorème connu de Timmermans et de Lenthéric. (Voir *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2^e série, t. V, p. 316.)

cutifs de la suite des nombres impairs, μ, k, l étant entiers et positifs, et $\mu \geq 2k$.

En effet la somme de l^k nombres consécutifs de cette suite est

$$(2n+1) + (2n+3) + \dots + (2n+2l^k-1) = 2nl^k + l^k.l^k.$$

Il suffit donc de démontrer que l'on a toujours pour n une valeur entière et positive satisfaisant à l'équation

$$2nl^k + l^k.l^k = l^\mu;$$

d'où

$$n = \frac{l^{\mu-k} - l^k}{2} = \frac{l^k(l^{\mu-2k} - 1)}{2},$$

ce qui est toujours possible, car l'un des nombres $l^k, l^{\mu-2k} - 1$ est pair.

Dans le cas de $\mu = 2k$, on trouve

$$n = 0,$$

résultat facile à prévoir, puisqu'on sait que

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2.$$

En faisant varier μ et k , on retrouve beaucoup de résultats connus et d'autres à volonté.

Je ferai remarquer seulement le suivant, qui correspond au cas de $\mu = 5, k = 2$:

Si l'on divise la suite des nombres impairs, à partir de 1, en groupes tels que les 1^{er}, 3^{ième}, 5^{ième}, ..., (2n-1)^{ième} groupes aient respectivement 1², 2², 3², ..., n² termes, et les 2^{ième}, 4^{ième}, 6^{ième}, ..., 2n^{ième} groupes respectivement 1, 3, 6, ..., $\frac{n(n+1)}{2}$ termes (suite des nombres triangulaires), n² sera la somme des termes du (2n-1)^{ième} groupe et $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 (2n+1)$ celle du 2n^{ième} groupe.