

LOUIS-FERNANDEZ PASALAGUA

Note sur le rayon de courbure de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 7
(1868), p. 518-519

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1868_2_7__518_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1868, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LE RAYON DE COURBURE DE L'ELLIPSE;

PAR M. LOUIS-FERNANDEZ PASALAGUA.

On connaît (voir BERTRAND, *Calcul différentiel*, p. 535) l'expression remarquable du rayon de courbure de l'ellipse

$$(1) \quad \rho = \frac{P}{\cos^3 \varphi},$$

φ désignant l'angle de la normale au point considéré (x, y) avec un des rayons vecteurs issus des foyers. Or l'angle de la normale avec l'axe des x a pour tangente $\frac{a^2 y}{b^2 x}$, la tangente de l'angle avec l'axe des x du rayon vecteur issu du foyer de droite, par exemple, est $\frac{y}{x-c}$; donc

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{\frac{y}{x-c} - \frac{a^2 y}{b^2 x}}{1 + \frac{a^2 y}{b^2 x} \frac{y}{x-c}} = \frac{-cy}{b^2}, \\ \cos \varphi &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{c^2 y^2}{b^4}}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 - x^2 - y^2}}. \end{aligned}$$

L'expression (1) devient alors, en remplaçant $\cos \varphi$ par cette valeur et ρ par $\frac{b^2}{a}$,

$$(2) \quad \rho = \frac{(a^2 + b^2 - x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}{ab};$$

si nous appelons a' la longueur du diamètre qui aboutit

au point considéré,

$$(3) \quad \rho = \frac{(a^2 + b^2 - a'^2)^2}{ab}.$$

Désignons par b' la longueur du diamètre conjugué, par ψ l'angle de ces deux diamètres. Nous aurons, en ayant égard au théorème d'Apollonius,

$$(4) \quad \rho = \frac{b'^3}{ab} = \frac{b'^2}{a' \sin \psi}.$$

Cette expression permet de construire très-simplement le rayon de courbure en un point de l'ellipse, lorsqu'on connaît les longueurs du diamètre qui y passe OA' (*), et du diamètre conjugué OB' . Du point A' abaissons $A'P$ perpendiculaire sur OB' . AP' est évidemment égal à $a' \sin \psi$. Décrivons de A' comme centre un cercle de rayon égal à b' , et menons-lui la tangente PL . Si nous abaissons Lc perpendiculaire sur $A'P$, le point c est le centre de courbure, et $A'C$ est, en grandeur et en position, le rayon de courbure de l'ellipse en A' .
