

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6
(1867), p. 94-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6_94_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

794. Démontrer qu'on a identiquement

$$X^2 Y + Y^2 Z + Z^2 U + U^2 X = 0,$$

en prenant

$$X = x(xy - z^2)$$

$$Y = x^3 - zy^2,$$

$$Z = -y(xy - z^2),$$

$$U = -(y^3 - zx^2).$$

(HERMITE.)

795. Soit

$$\varphi(x) = 1 + \frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{1.2.3.4} + \dots + \frac{x^n}{1.2\dots 2n} + \dots,$$

$$\varphi_1(x) = 1 + \frac{x}{1.2.3} + \frac{x^2}{1.2.3.4.5} + \dots + \frac{x^n}{1.2\dots 2n+1} + \dots,$$

on propose de démontrer qu'en faisant successivement

$$\varphi_2(x) = \frac{1}{x} [\varphi_1(x) - \varphi_1(x)],$$

$$\varphi_3(x) = \frac{1}{x} [\varphi_1(x) - 3\varphi_2(x)],$$

$$\varphi_4(x) = \frac{1}{x} [\varphi_2(x) - 5\varphi_3(x)],$$

$$\dots \dots \dots,$$

$$\varphi_{i+2}(x) = \frac{1}{x} [\varphi_i(x) - (2i+1)\varphi_{i+1}(x)],$$

la fonction $\varphi_i(x)$ ne contiendra que des puissances positives de la variable, et d'en trouver l'expression.

(HERMITE.)

796. On propose de démontrer que la circonférence de l'ellipse, dont les axes sont $2a$ et $2b$, est égale à la circonférence du cercle dont le rayon R est déterminé par la formule

$$4R = \sqrt{a^2(2 + \sqrt{2}) + b^2(2 - \sqrt{2})} \\ + \sqrt{a^2(2 - \sqrt{2}) + b^2(2 + \sqrt{2})},$$

en négligeant seulement la huitième puissance de l'excentricité, et l'on demande de construire R .

(HERMITE.)

797. Démontrer que tout quadrilatère dans lequel les diagonales sont entre elles comme les produits des côtés qui comprennent ces diagonales est inscriptible dans un cercle.

798. Trouver dans une sinusoïde (transformée d'une ellipse quand on déroule un cylindre sur un plan) des arcs à différence rectifiable. Quelle est la courbe qui

pour la sinusoïde joue le même rôle que l'ellipse homofocale dans la théorie des arcs elliptiques à différence rectifiable.

799. L'enveloppe des droites coupant une cycloïde sous un angle constant est une cycloïde égale.

(FOURET.)

800. L'enveloppe des droites coupant une épicycloïde sous un angle constant est une épicycloïde semblable.

(FOURET.)

801 (*). Si $p_0, p_1, p_2, \dots, q_0, q_1, q_2, \dots$ sont des nombres entiers tels, que $\frac{p_n}{q_n}$ ait une limite finie ou nulle, la

limite de la série $\frac{p_0}{q_0} - \frac{p_1}{q_0 q_1} + \frac{p_2}{q_0 q_1 q_2} - \dots$ est une quantité incommensurable.

(G.-C. DE MORGAN, M. A.)

802. p et q désignant des nombres premiers respectivement des formes $18n + 5$ et $18n + 11$, il est impossible de décomposer en deux cubes, soit entiers, soit fractionnaires, aucun des nombres suivants :

$$p, 2p, 4p^2,$$

$$q^2, 2q^2, 4q.$$

(SYLVESTER.)

(*) Tiré du journal anglais *The educational Times*.