

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6
(1867), p. 526-528

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__526_2

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

836. Soient deux surfaces du second ordre S et T ;
 $ABCD$ le tétraèdre conjugué par rapport à ces deux sur-

faces, et Γ la courbe gauche d'intersection de S et T' . Les plans polaires d'un point P , par rapport aux diverses surfaces du second ordre passant par la courbe Γ , tournent autour d'une droite Δ ; les plans menés par la droite Δ et les sommets du tétraèdre $ABCD$ forment un faisceau dont le rapport anharmonique est constant, quel que soit le point considéré P .

Plus particulièrement, les plans menés par une tangente quelconque à la courbe gauche Γ par les sommets du tétraèdre $ABCD$ forment un faisceau dont le rapport anharmonique est constant. (L. PAINVIN.)

837. Étant donnée une surface du second ordre dont O est le centre, soit M un point quelconque de l'espace : 1^o si le point M est extérieur à la surface, on mène une tangente MT , le diamètre conjugué OT de cette tangente, et le demi-diamètre OA conjugué du plan de ces deux droites; les points M, T, O, A sont les sommets d'un tétraèdre, soit V le volume du parallélipède construit sur ce tétraèdre; 2^o si le point M est intérieur à la surface, on mène une demi-corde MT , le demi-diamètre OB conjugué de cette demi-corde, et le demi-diamètre OA conjugué du plan de ces deux droites : les points B, T, O, A sont les sommets d'un tétraèdre, soit V le volume du parallélipède construit sur ce tétraèdre.

Le volume V est ce que M. Aoust nomme la *puissance* du point M par rapport à la surface considérée (*Comptes rendus*, 1^{er} semestre 1867, p. 590). A cette occasion, je signalerai la relation suivante.

Soit l'équation de la surface du second ordre

$$f(x, y, z) = Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'xz \\ + 2B''xy + 2Cx + 2C'y + 2C''z + D = 0;$$

si x, y, z sont les coordonnées du point M , V le volume

du parallélépipède défini ci-dessus, on a

$$(I) \quad f(x, y, z) = \pm \frac{\delta^3}{\Delta^2} V^2,$$

δ et Δ représentant les déterminants

$$\delta = \begin{vmatrix} A & B'' & B' \\ B'' & A' & B \\ B' & B & A'' \end{vmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} A & B'' & B' & C \\ B'' & A' & B & C' \\ B' & B & A'' & C'' \\ C & C' & C'' & D \end{vmatrix}.$$

On doit prendre le signe + ou — suivant que le point M est *extérieur* ou *intérieur* à la surface.

On sait d'ailleurs que si a, b, c sont les axes de la surface, on a

$$(II) \quad a^2 b^2 c^2 = - \frac{\Delta^3}{\delta^4}.$$

Les relations (I) et (II) rendent, pour ainsi dire, intuitives toutes les propriétés énoncées par M. Aoust (*loco citato*).
(L. PAINVIN.)

838. Soit q_0 le quotient par $1.2.3 \dots p$ du produit de p nombres consécutifs, le premier étant $(a-1)p$; soit q_1 le quotient analogue, le premier nombre étant $(a-1)p - a$; q_2 le quotient analogue, le premier nombre étant $(a-1)p - 2a$, et ainsi de suite, en s'arrêtant lorsqu'on trouve un premier nombre nul ou négatif; on aura la relation

$$a^p - 1 = q_0 - \frac{p}{1} q_1 + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} q_2 - \frac{p(p-1)(p-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q_3 + \dots$$

(J.-J.-A. MATHIEU.)