

GABRIEL LIPPMANN

**Lieu des foyers des coniques inscrites
dans un parallélogramme donné**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6
(1867), p. 456-457

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__456_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LIEU DES FOYERS DES CONIQUES INSCRITES DANS UN PARALLÉLOGRAMME DONNÉ ;

SOLUTION DE M. GABRIEL LIPPMANN,
Élève en Mathématiques spéciales au lycée Napoléon.

On peut supposer les équations des quatre côtés du parallélogramme données sous la forme

$$\alpha + p = 0, \quad \alpha - p = 0, \quad \beta + q = 0, \quad \beta - q = 0;$$

p et q désignant les demi-hauteurs du parallélogramme donné, α et β désignant les distances d'un point (x, y) aux deux médianes du parallélogramme.

On sait que le produit des distances des deux foyers d'une conique à une tangente quelconque est une quantité constante. Soient (x, y) les coordonnées d'un foyer ; (x_1, y_1) les coordonnées de l'autre foyer. Les distances du foyer (x, y) aux quatre côtés du parallélogramme sont respectivement $(\alpha + p)$, $(\alpha - p)$, $(\beta + q)$, $(\beta - q)$. Les distances du foyer (x_1, y_1) aux mêmes droites peuvent de même se désigner par $(\alpha_1 + p)$, $(\alpha_1 - p)$, $(\beta_1 + q)$, $(\beta_1 - q)$. On a donc, en raison de la propriété rappelée plus haut, les trois équations

$$\begin{aligned} (\alpha + p)(\alpha_1 + p) &= (\alpha - p)(\alpha_1 - p) \\ &= (\beta + q)(\beta_1 + q) = (\beta - q)(\beta_1 - q). \end{aligned}$$

Pour avoir le lieu du foyer (x, y) , il suffit évidemment d'éliminer entre ces trois équations x_1 et y_1 , ou α_1 et β_1 .

La première équation se réduit à

$$\alpha_1 = -\alpha,$$

la troisième à

$$\beta_1 = -\beta.$$

En substituant ces valeurs dans la seconde équation, on a pour le lieu cherché l'équation $\alpha^2 - \beta^2 = p^2 - q^2$, qui représente une hyperbole (*).
