

L. TROUILLET

Construction des axes d'une ellipse donnée par deux diamètres conjugués

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6
(1867), p. 181-182

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__181_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONSTRUCTION DES AXES D'UNE ELLIPSE DONNÉE PAR DEUX DIAMÈTRES CONJUGUÉS ;

PAR M. L. TROUILLET,

Élève de Mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis
(classe de M. Vacquant).

Je rappellerai d'abord les propriétés suivantes de l'ellipse :

1° Un point M d'une droite AB de longueur constante, glissant sur deux axes rectangulaires Ox , Oy , engendre une ellipse dont les axes sont dirigés suivant Ox et Oy , et égaux à $2MA$ et $2MB$.

2° La normale au point M s'obtient en joignant ce point au point P de concours des parallèles menées aux axes par les points A et B.

3° Si AB et A'B' sont deux positions rectangulaires de la droite mobile, les diamètres OM et OM' sont conjugués. En effet, l'égalité des triangles PMA, OA'M' entraîne celle des angles $\widehat{MPA}$ et $\widehat{A'OM'}$, et par suite la perpendicularité de la normale PM sur le diamètre OM'. Donc, si OM' est parallèle à MP et terminée à AB, $MP = OM' = OM_1$ et l'angle M_1OM' est droit.

D'où la construction suivante :

Soient OM, OM' les diamètres donnés ; je mène sur OM' la perpendiculaire $OM_1 = OM'$: si je décris, du milieu H de MM', pour centre, avec OH pour rayon, une circonférence qui coupe MM' en A et B, les axes seront dirigés suivant OA et OB, et MB, MA seront leurs demi-longueurs.

Remarque. — On a, dans le triangle OMM' ,

$$2\overline{OH}^2 + 2\overline{MH}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{OM'}^2,$$

et

$$\overline{MM'}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{OM'}^2 - 2OM \cdot OM' \cos \widehat{MOM'}.$$

Posant

$$OM = a', \quad OM' = b',$$

$$MB = a, \quad MA = b, \quad MOM' = \theta,$$

il vient

$$2 \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{a-b}{2} \right)^2 = a'^2 + b'^2,$$

d'où

$$a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2,$$

et

$$(a-b)^2 = a'^2 + b'^2 - 2a'b' \sin \theta,$$

d'où

$$ab = a'b' \sin \theta.$$

(Théorèmes connus.)