

E. BARBIER

Formules de trigonométrie sphérique

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 349-350

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__349_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

FORMULES DE TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE;

PAR M. E. BARBIER.

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{tang } A \text{ tang } B \text{ tang } C &= \frac{\text{tang } A}{\cos b \cos c} + \frac{\text{tang } B}{\cos b} + \frac{\text{tang } C}{\cos c}, \\ \text{tang } a \text{ tang } b \text{ tang } c &= \frac{\text{tang } a}{\cos B \cos C} - \frac{\text{tang } b}{\cos B} - \frac{\text{tang } c}{\cos C}. \end{aligned}$$

$$(2) \quad \sin b \sin c + \cos b \cos c \cos A = \sin B \sin C - \cos B \cos C \cos a.$$

$$(3) \quad \frac{\sin A}{\text{tang } b \cos c - \cos A \sin c} = \frac{\text{tang } C \cos B + \cos a \sin B}{\sin a}.$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \sin C \cos b &= \cos B \sin A + \sin B \cos A \cos c, \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C. \end{aligned}$$

$$(5) \quad \begin{aligned} \frac{\text{tang } A \sin B - \cos c \cos B}{\sin c} &= \frac{\text{tang } a \text{ tang } b + \cos C}{\text{tang } b - \text{tang } a \cos C}, \\ \frac{\text{tang } a \sin b + \cos C \cos b}{\sin C} &= \frac{\text{tang } A \text{ tang } B - \cos c}{\text{tang } B + \text{tang } A \cos c}. \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{aligned} \frac{\sin C}{\sin B \text{ tang } c} &= \sin a \cos C + \cot b \cos a, \\ \frac{\sin c}{\sin b \text{ tang } C} &= \sin A \cos c - \cot B \cos A. \end{aligned}$$

La formule (1) donne à la limite pour le triangle rectiligne la formule bien connue

$$\text{tang } A \text{ tang } B \text{ tang } C = \text{tang } A + \text{tang } B + \text{tang } C.$$

Toutes ces formules s'obtiennent en menant des diagonales dans la figure formée par deux triangles supplémentaires.

Les formules qui ne contiennent point de tangente ont

été obtenues en égalant les valeurs du cosinus d'une diagonale déduites de deux triangles sphériques qui ont cette diagonale pour côté commun.

Les formules qui contiennent des tangentes ont été obtenues en calculant la cotangente d'un angle partagé en deux parties, par le moyen des cotangentes de ces deux parties.

La démonstration de ces formules est facile par cette méthode.

L'une de ces formules a été trouvée par M. Cayley et a été démontrée par M. Airy, astronome royal d'Angleterre, dans le *Philosophical Magazine*.

Les formules (2), (3) et (4) sont écrites dans le tome I des *Annales de l'Observatoire impérial de Paris*.

Je ne sache pas que les formules (1) et (5) aient été remarquées.
