

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 190-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__190_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

755. Soient F, F' les foyers d'une ellipse de Cassini, C son centre, et P un point quelconque sur la courbe. Alors la normale en P fera avec FP un angle égal à celui que fait la droite CP avec $F'P$. (STREBOR.)

756. Soient F, F' deux points fixes sur une surface sphérique, et considérons la courbe, lieu d'un point P , tel, que $\tan \frac{1}{2} \angle FPC = \tan \frac{1}{2} \angle F'PC = \text{const.}$ Le grand cercle normal en P à cette courbe fera avec FP un angle égal à celui que fait avec $F'P$ le grand cercle passant par P et le milieu de l'arc FF' . (STREBOR.)

757. On donne une courbe de troisième classe ayant une tangente double : les points de contact de cette tangente

et de la courbe sont A, B. D'un point quelconque pris dans le plan de la courbe donnée, on mène à celle-ci trois tangentes qui coupent la tangente AB aux points M, N, P.

On a toujours

$$\frac{AM \times AN \times AP}{BM \times BN \times BP} = \frac{\rho_A}{\rho_B},$$

ρ_A et ρ_B étant les rayons de courbure de la courbe donnée en A et B. [MANNHEIM (*).]

758. Le nombre a n'étant pas divisible par p , nombre premier impair, on sait que $a^{\frac{p-1}{2}} = pA \pm 1$: le reste ± 1 est représenté par $\left(\frac{a}{p}\right)$, notation de Legendre. Cela posé, on a

$$\sum (ax^2 + b)^{p-1} = pB - \left[1 + \left(\frac{-ab}{p} \right) \right],$$

$$\sum \sum (ax^2 + by^2 + c)^{p-1} = pC + \left(\frac{-ab}{p} \right).$$

a, b, c sont des entiers non divisibles par p ; A, B, C sont entiers; les sommes sont prises en donnant à x et à y les valeurs 0, 1, 2, ..., $p-1$. (LE BESGUE.)

759. Les nombres $a_1, a_2, \dots, a_m, a_{m+1}$ sont des entiers

(*) M. Mannheim nous fait remarquer que la solution de la question 605, insérée à la page 173 du tome III de la deuxième série, laisse à désirer.

On fait usage de l'équation

$$\lambda\beta^2\gamma + \mu\gamma^2\alpha + \nu\alpha^2\beta = 0,$$

qui n'est pas l'équation la plus générale des courbes du troisième degré à la fois inscrites et circonscrites au triangle dont les côtés ont pour équations

$$\alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0.$$

$\leq p$ et non divisibles par p . On représente par S_m^0 , S_m le nombre des solutions des équations indéterminées

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_m x_m^2 = p\gamma,$$

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_m x_m^2 + a_{m+1} = p\gamma,$$

en prenant $x_1, x_2, \dots, x_m$ parmi les nombres

$$0, 1, 2, 3, \dots, p-1.$$

On demande la démonstration des formules :

$$(1) \quad (p-1) S_m = S_{m+1}^0 - S_m^0,$$

$$(6) \quad S_m^0 - p^{m-1} = p (S_{m-2}^0 - p^{m-3}) \left(\frac{-a_{m-1} a_m}{p} \right),$$

$$(2) \quad S_1^0 - 1 = 0,$$

$$(4) \quad S_2^0 - p = (p-1) \left(\frac{-a_1 a_2}{p} \right),$$

$$(3) \quad S_1 - 1 = \left(\frac{-a_1 a_2}{p} \right),$$

$$(7) \quad S_{2n+1}^0 - p^{2n} = 0,$$

$$(8) \quad S_{2n}^0 - p^{2n-1} = p^{n-1} (p-1) \left[\frac{(-1)^n a_1 a_2 \dots a_{2n}}{p} \right],$$

$$(5) \quad S_2 - p = - \left(\frac{-a_1 a_2}{p} \right),$$

$$(9) \quad S_{2n} - p^{2n-1} = - p^{n-1} \left[\frac{(-1)^n a_1 a_2 \dots a_{2n}}{p} \right],$$

$$(10) \quad S_{2n+1} - p^{2n} = \left[\frac{(-1)^{n+1} a_1 a_2 \dots a_{2n+1}}{p} \right].$$

Les numéros indiquent l'ordre à suivre dans les démonstrations, qui sont fort simples. (LE BESGUE.)

Note du Rédacteur. — M. Camille Jordan a donné ces formules et en a indiqué la vérification dans les *Comptes rendus* du 19 mars 1866. Dans les *Comptes rendus* du 1^{er} avril, M. Le Besgue a montré que ces formules revenaient à celles qu'il a données dans le tome II (1837) du *Journal de M. Liouville*.
P.