

Questions d'examen (1864)

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 4
(1865), p. 280-285

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__280_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1865, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS D'EXAMEN (1864).

NOTE DU RÉDACTEUR.

Nous croyons être agréable aux candidats en leur communiquant quelques questions choisies dont nous devons la connaissance à l'obligeance de quelques élèves et à une publication spéciale. Ceux qui désirent de plus amples détails peuvent consulter le *Bulletin des examens de l'École Polytechnique*, publié par M. Lonchampt, chef d'institution ; 38 pages lithographiées, prix 38 francs (*).

(*) Librairie Béchét, rue de la Sorbonne.

Nous ne prétendons pas donner ici une idée exacte des examens. En général, les examinateurs ne posent pas de problèmes. La plupart des questions qu'on va lire sont incidentes et amenées par une question principale empruntée au programme.

Nous appelons l'attention des élèves sur la partie élémentaire, dont la simplicité apparente pourrait les tromper. L'année dernière, beaucoup de candidats fort habiles dans l'art des transformations algébriques, et qui couvrent sans broncher tout un tableau de calculs, n'ont pas su se tirer de la démonstration de petits théorèmes de Géométrie élémentaire. L'art de démontrer est plus difficile en Géométrie qu'en Algèbre. En dire les raisons nous mènerait trop loin ; mais c'est un fait, et nous avertissons les candidats du péril auquel ils s'exposent en négligeant une partie qui demande un long exercice.

Arithmétique.

1. Fractions décimales périodiques.
2. Un nombre premier avec plusieurs autres est premier avec leur produit.
3. Racine cubique. Le premier chiffre s'obtient sans tâtonnement. Limite des essais à faire pour déterminer les autres chiffres.
4. Connaissant plus de la moitié des chiffres de la racine carrée d'un nombre entier, trouver les autres chiffres de cette racine par une division.
5. Erreur d'un produit, d'un quotient. Le nombre 35,847 est approché par excès à $\frac{1}{1000}$ près, et 4,36 approché par défaut à $\frac{1}{100}$ près : de quelle manière et avec

quelle approximation obtiendra-t-on le quotient du premier nombre par le second ?

6. Multiplication abrégée, division abrégée.

7. Caractères de divisibilité d'un nombre par 12, par 15, par 7, par 17.

8. Condition pour qu'une fraction soit un carré parfait.

9. Avec quelle approximation faut-il calculer $\sqrt{A}$ pour avoir $\sqrt[3]{A}$ à une approximation donnée.

10. Extraire la racine carrée de $\frac{a}{b}$ à $\frac{1}{10^n}$ près.

11. Calculer $\sqrt{a + \sqrt{b}}$ à une approximation donnée.

Géométrie.

12. Volume du segment sphérique.

13. Plus courte distance de deux points sur la surface de la sphère.

14. Les symétriques d'un polyèdre par rapport à deux plans de symétrie différents sont égaux.

15. Construire un triangle sphérique dans lequel on donne deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux. — Problème analogue pour le trièdre.

16. Volume compris entre un triangle sphérique et les faces du trièdre correspondant ayant son sommet au centre de la sphère.

17. Peut-on former un triangle sphérique dont les trois angles soient égaux à 61 degrés ?

18. Étant donné le côté d'un polygone régulier inscrit dans un cercle, trouver le côté du polygone semblable circonscrit au même cercle. — Question inverse.

19. Étant donnée une sphère, trouver son rayon.

20. Si deux triangles sphériques ont deux côtés respectivement égaux, comprenant des angles inégaux, au plus grand de ces deux angles sera opposé le plus grand côté.

21. Combien peut-on inscrire de décagones réguliers étoilés ?

22. Dans la théorie des polyèdres symétriques, que signifie l'expression : « disposition des faces en ordre inverse » ?

23. Mesure de l'angle dièdre. Pourquoi l'on emploie un angle plan dont les côtés sont perpendiculaires à l'arête.

24. Une droite qui fait des angles égaux avec trois droites situées dans un plan est perpendiculaire à ce plan.

25 et 26. Construire un triangle sphérique rectangle, connaissant l'hypoténuse et un côté de l'angle droit ; — connaissant un côté de l'angle droit et l'angle opposé. — Discussion.

27. Dans un triangle sphérique qui a un angle droit, les autres angles sont-ils nécessairement aigus ?

28. Volume engendré par un triangle tournant autour d'un axe situé dans son plan.

Algèbre.

29. Un polynôme entier en x est une fonction continue de x .

30. Démontrer la formule

$$C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}.$$

31. Satisfaire à l'inégalité

$$a + \frac{b}{z} + \frac{c}{z^2} > 0.$$

32. Nombre des termes du développement de

$$(a + b + c)^m.$$

33. Résoudre l'équation $x^{30} - 1 = 0$, en la ramenant à d'autres plus simples.

34. Coefficient de x^p dans les développements suivants :

$$(1 + x + x^2 + \dots + x^m)^2, \quad (1 + x + 2x^2 + \dots + mx^m)^2.$$

35. Nombre des diviseurs du second degré d'un polynôme du $m^{i\text{ème}}$ degré.

36. Résoudre l'équation $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$.

37. Décomposer en fraction simple

$$\frac{x^2 + 1}{(x^2 + x + 1)^2}, \quad \frac{3x - 1}{(x + 1)^2 (x^2 + 1)^3}.$$

38. Méthode de Newton. Dans quel cas s'applique-t-elle à la limite inférieure, à la limite supérieure? Peut-elle s'appliquer indistinctement aux deux limites?

39. Formation du triangle arithmétique de Pascal.

40. Dérivée de $x^{\sin x}$.

41. Dérivée de $\arcsin x$. Pourquoi obtient-on deux valeurs?

Trigonométrie.

42. Résoudre un triangle, connaissant les angles et la surface.

43. Exprimer $\tan 3x$ en fonction de $\sin x$; résolution trigonométrique de l'équation du troisième degré.

44. Vérification des Tables par le calcul des sinus et des cosinus des arcs de 9 degrés en 9 degrés.

45. Les quantités $\sin x + \frac{1}{x}$, $\sin x - \frac{1}{x}$ tendent-elles vers une limite quand x croît indéfiniment? — Leur rapport tend-il vers une limite.

46. Résoudre un triangle rectiligne, connaissant deux côtés et l'angle compris. Calcul direct du troisième côté.

47. Étant donné $\tan a$, calculer $\cos \frac{2}{3} a$.

48. Trouver $\tan ma$ en fonction de $\tan a$.

49.

$$\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = (\sin x + \sin y)(\sin x - \sin y).$$

Géométrie descriptive.

50. Intersection d'un hyperboloïde de révolution dont l'axe est vertical, par un cylindre droit dont la base est dans le plan horizontal.

51. Mener un plan tangent à une surface de révolution et parallèle à un plan donné.

52. Intersection d'un hyperboloïde et d'un cône, tous deux de révolution et dont les axes se rencontrent.

Géométrie analytique.

53. Conditions pour que l'équation générale du deuxième degré représente un cylindre parabolique.

54. Discuter les courbes

$$\rho = \sin^3 \omega - \sin^4 \omega, \quad \rho = \frac{4\omega}{4\omega + \pi}.$$

55. Diamètres conjugués égaux de l'ellipse. Angle de ces diamètres.

56. Discuter la courbe

$$(2x + 3y)^2 = (4x + 1)^2 + 4.$$

57. Lieu des points d'où l'on peut mener à trois sphères des tangentes proportionnelles aux rayons de ces sphères.

(La suite prochainement.)