

FAURE

Question 269

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 527-528

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__527_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTION 269;

SOLUTION DE M. FAURE,

Officier d'artillerie.

THÉORÈME. — *Deux surfaces se coupant suivant une ligne de courbure commune à l'une et à l'autre, le long de cette ligne les deux surfaces se coupent sous le même angle.*

I^{re} Démonstration. — Soient MM' , $M'M''$ deux éléments consécutifs de la ligne de courbure que nous supposerons de même longueur; A , A' les milieux de ces éléments. Menons en ces points les normales aux deux surfaces; elles se rencontreront en deux points B , B' qui seront également distants des deux éléments. Donc, si l'on joint BB' , on formera deux triangles ABB' , $A'BB'$ égaux entre eux; par suite les angles en A et A' qui mesurent ceux des surfaces seront égaux entre eux. Cette égalité se succédant pour tous les points consécutifs de la surface démontre le théorème.

II^e Démonstration. — Exécutons encore la construction précédente et soit O le point d'intersection du plan osculateur $MM'M''$ avec la ligne BB' . Les deux plans BAB' , $BA'B'$ étant tous les deux perpendiculaires au plan osculateur, leur intersection BB' est perpendiculaire à ce plan; de plus, les droites OA et OA' sont égales entre elles; donc les angles BAO , $BA'O$ sont égaux entre eux ainsi que $B'AO$ et $B'A'O$. Or $BAO + B'AO$ mesure l'angle des deux surfaces au point A ; de même $BA'O + B'A'O$ mesure l'angle des deux surfaces au point A' ; donc ces angles sont égaux entre eux.

La réciproque de ce théorème est vraie, c'est-à-dire que deux surfaces se coupant suivant une certaine ligne

sous le même angle, si elle est une ligne de courbure de l'une des surfaces, elle est aussi une ligne de courbure de l'autre.

Cela se voit immédiatement au moyen de la deuxième démonstration.