

Seconde solution de la question 295

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 449-450

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2_449_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 295

(voir 2^e série, t. I, p. 64);

PAR M. J. B.,

Élève en Mathématiques spéciales.

ÉNONCÉ. — *Par un point P pris dans le plan d'une courbe algébrique M, on mène des normales à cette courbe qui la rencontrent aux points $A_1, A_2, \dots, A_n$. On suppose que la somme des carrés de ces normales est égale à p^2 , quantité constante. Le point P engendre une courbe M_1 ; la normale à cette courbe, menée par le point P, passe par le centre des moyennes distances des points A_1, A_2 , etc.*

Soient $y = f(x)$ l'équation de la courbe M; x_0, y_0 les coordonnées du point P; $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, etc., les coordonnées des points A_1, A_2 , etc.

On a, par hypothèse,

$$(1) \quad \sum [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2] = p^2.$$

L'équation de la normale en A_1 est

$$y - y_1 = -\frac{1}{y'_1} (x - x_1);$$

elle passe par le point P, donc

$$(2) \quad (y_0 - y_1) y'_1 + (x_0 - x_1) = 0.$$

Je prends la dérivée de (1), par rapport à x_0 , en appliquant le théorème des fonctions composées :

$$\sum \{ x'_0 [(y_0 - y_1) y'_1 + (x_0 - x_1)] + (y_0 - y_1) y'_0 + x_0 - x_1 \} = 0.$$

En vertu de l'équation (2), j'ai donc

$$\sum [(y_0 - y_1) y'_0 + x_0 - x_1] = 0,$$

égalité que je puis écrire ainsi :

$$(ny_0 - \sum y_1) y'_0 + nx_0 - \sum x_1 = 0,$$

ou

$$(3) \quad \left(y_0 - \frac{\sum y_1}{n} \right) y'_0 + x_0 - \frac{\sum x_1}{n} = 0.$$

L'équation de la normale en P, au lieu des points P , est

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0} (x - x_0), \quad \text{ou} \quad (y_0 - y) y'_0 + x_0 - x = 0.$$

Il faut démontrer que cette droite passe par le centre des moyennes distances des points $A_1, A_2, \dots$, dont les coordonnées sont $\frac{\sum y_1}{n}, \frac{\sum x_1}{n}$; c'est précisément ce qui est exprimé par la relation (3).
