

L. TAILLIER

Méthode pour trouver l'équation de la développée de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2 (1863), p. 143-144

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__143_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MÉTHODE POUR TROUVER L'ÉQUATION DE LA DÉVELOPPÉE DE L'ELLIPSE;

PAR M. L. TAILLIER,
Professeur de Mathématiques.

Considérons le cercle décrit sur le grand axe AOA' de l'ellipse, dont le centre est O. Soient M un point de ce cercle, N le point correspondant de l'ellipse; x' , y' les coordonnées de N, et φ l'angle MOA. On a

$$x' = a \cos \varphi \quad \text{et} \quad y = b \sin \varphi.$$

L'équation de la normale au point (x', y') est

$$b^2 x' y - a^2 y' x + c^2 x' y' = 0,$$

ou, en remplaçant x' , y' par leurs valeurs,

$$(1) \quad by \cos \varphi - ax \sin \varphi + c^2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0.$$

Pour avoir le lieu des intersections successives, il faut éliminer φ entre l'équation (1) et sa dérivée. En divisant cette équation par $\cos \varphi$, elle devient

$$by - ax \tan \varphi + c^2 \sin \varphi = 0,$$

et sa dérivée donne

$$- \frac{ax}{\cos^2 \varphi} + c^2 \cos \varphi = 0;$$

d'où

$$\cos \varphi = \left(\frac{ax}{c^2} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

En divisant l'équation (1) par $\sin \varphi$, on a

$$by \cot \varphi - ax + c^2 \cos \varphi = 0,$$

et de la dérivée on tire

$$\sin \varphi = - \left(\frac{by}{c^2} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Substituant à $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ ces valeurs dans

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1,$$

il vient

$$(2) \quad \left(\frac{ax}{c^2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{by}{c^2} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$

Cette méthode ne peut être employée pour l'hyperbole ; mais pour avoir l'équation de la développée de cette courbe, il suffira de changer b^2 en $-b^2$ dans l'équation (2) ; on a ainsi

$$\left(\frac{ax}{c^2} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{by}{c^2} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$