

FAURE

Solution de la question 295

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 64-65

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__64_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 295

(voir t. XIII, p. 315);

PAR M. FAURE.

Par un point P pris dans le plan d'une courbe algébrique M, on mène des normales à cette courbe qui la rencontrent aux points $A_1, A_2, \dots, A_n$. On suppose que la somme des carrés de ces normales est égale à p^2 , quantité constante. Le point P engendre une courbe M_1 ; la normale à cette courbe menée par le point P passe par le centre des moyennes distances des points A_1, A_2 , etc.

Cherchons un point Q tel, que

$$QA_1^2 + QA_2^2 + \dots + QA_n^2 = p^2,$$

le lieu du point Q est une courbe M_2 touchant la courbe M_1 au point P. Il en sera de même pour une relation quelconque entre les normales.

Démonstration. — Des points $A_1, A_2, \dots, A_n$ comme centre avec des rayons quelconques je décris des cercles, le lieu du point dont la somme des carrés des distances aux centres de ces cercles est constante sera, comme l'on sait, un cercle M_2 qui a pour centre le centre des moyennes distances des points $A_1, A_2, \dots, A_n$. Soit P' un point infiniment voisin du point P sur la courbe M, les normales menées de ce point à la courbe M seront aussi normales à chacun de nos cercles et passeront ainsi par leur centre. Donc le point P' est sur la courbe M_2 . La droite PP' étant tangente aux deux courbes M_1 et M_2 , la normale en P à la première passera par le centre des moyennes distances des points $A_1, A_2, \dots, A_n$. Dans le cas où la courbe M_2 ne serait pas un cercle, c'est-à-dire si

(65)

l'on établissait toute autre relation entre les normales, cette courbe n'en serait pas moins tangente à la courbe M_1 ; cela est évident d'après ce qui précède.