

CHARLES DE TRANQUELLÉON

Question 602

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 401-402

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__401_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTION 602;

SOLUTION DE M. CHARLES DE TRANQUELLÉON.

Soient A le point attiré et MN le plan attirant; abaissons du point A une perpendiculaire sur le plan. Soit P le pied de cette perpendiculaire. Du point P comme centre décrivons des cercles; considérons comme élément d'attraction la couronne infiniment petite comprise entre deux cercles décrits avec des rayons : r , $r + dr$. En posant $AP = a$, l'attraction de l'élément sera $\frac{2 \mu \pi r dr}{\sqrt{(a^2 + r^2)^3}}$, la composante de cette attraction suivant AP sera $\frac{2 \mu a \pi r dr}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$; donc l'attraction totale sera $\int_0^\infty \frac{2 \mu a \pi r dr}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu \pi}{a}$, ce qui démontre le théorème.

Ce résultat peut être généralisé. En effet, si l'on suppose que l'attraction de l'élément soit en raison inverse de la $n^{\text{ième}}$ puissance de la distance, l'attraction totale sera

$$\int_0^\infty \frac{2 \mu a \pi r dr}{(a^2 + r^2)^{\frac{n+1}{2}}} = \frac{2}{n-1} \frac{\mu \pi}{a^{n-1}}.$$

Pour $n = 1$ cette formule donne pour l'attraction une valeur infinie.

Mais dans ce cas l'attraction est

$$\mu a \pi \int_0^\infty \frac{2 r dr}{a^2 + r^2} \quad \text{et} \quad \int \frac{2 r dr}{a^2 + r^2} = L(a^2 + r^2).$$

Or, pour $r = \infty$ le logarithme est infini.

On peut donc dire, en général, sauf le cas de $n = 1$, que lorsque tous les points d'un plan attirent, en raison inverse de la $n^{\text{ième}}$ puissance de la distance, un point situé en dehors du plan, l'attraction totale du plan sur ce point est en raison inverse de la $(n - 2)^{\text{ième}}$ puissance de la distance du point au plan.

Note. — M. Ch. Kessler a résolu la question 602 d'une manière semblable, et il a de même remarqué que la proposition peut être généralisée.