

Démonstration d'un théorème d'Apollonius

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 176

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__176_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME D'APOLLONIUS;

PAR UN ÉLÈVE DU LYCÉE NAPOLEON.

La différence des carrés des diamètres conjugués d'une hyperbole est constante.

L'hyperbole rapportée à ses asymptotes Ox, Oy a pour équation $xy = k^2$. En un point quelconque $M, (x, y)$ de la courbe, on mène la tangente MA qui rencontre en A l'asymptote Ox , et l'on prend le point P milieu de OA . Il s'ensuit

$$MP = y, \quad OP = PA = x.$$

Et en posant

$$OM = a', \quad MA = b', \quad yOx = \theta,$$

les triangles OMP, MPA donnent

$$a'^2 = y^2 + x^2 + 2xy \cos \theta, \quad b'^2 = y^2 + x^2 - 2xy \cos \theta.$$

D'où

$$a'^2 - b'^2 = 4xy \cos \theta = 4k^2 \cos \theta. \quad \text{c. q. f. d.}$$