

FINCK

Sur la stabilité du mouvement de rotation d'un corps autour d'un axe principal

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 146-147

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__146_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LA STABILITÉ DU MOUVEMENT DE ROTATION

d'un corps autour d'un axe principal ;

PAR M. FINCK.

On peut donner à cette question plus de précision de la manière suivante : Avec les notations ordinaires, l'équation du cône que décrit l'axe instantané dans le corps est, par rapport aux axes principaux,

$$(1) \quad A(Ah - k^2)x_1^2 + B(Bh - k^2)y_1^2 + C(Ch - k^2)z_1^2 = 0.$$

Les valeurs initiales de p, q, r étant p_0, q_0, r_0 , on a

$$(2) \quad \begin{cases} Ah - k^2 = (A - B)Bq_0^2 + (A - C)Cr_0^2, \\ Bh - k^2 = (B - A)Ap_0^2 + (B - C)Cr_0^2, \\ Ch - k^2 = (C - B)Bq_0^2 + (C - A)Ap_0^2. \end{cases}$$

Je suppose un corps tournant autour de Ox_1 (O désigne le point fixe); je lui applique un couple d'impulsion très-petit. p subira un changement très-petit; q, r

qui étaient nulles, prendront de petites valeurs; je désigne par p_0, q_0, r_0 les valeurs de p, q, r initiales pour ce nouvel état. D'ailleurs je suppose $A > B > C$; il s'ensuit que $Ah - k^2 > 0$; $Bh - k^2$ peut être supposé < 0 , car r_0^2 étant très-petit, tandis que p_0^2 ne l'est pas, on peut admettre que $(A - B)Ap_0^2 > (B - C)Cr_0^2$; il suffit de donner pour cela au couple perturbateur une valeur convenable. Le cône elliptique (1) est donc décrit autour de Ox_1 ; les angles au centre de ses sections principales étant nommés α et β , on a

$$\begin{aligned}\tan^2 \alpha &= \frac{A(Ah - k^2)}{B(k^2 - Bh)} = \frac{A}{B} \cdot \frac{(A - B)Bq_0^2 + (A - C)Cr_0^2}{(A - B)Ap_0^2 - (B - C)Cr_0^2}, \\ \tan^2 \beta &= \frac{A}{C} \cdot \frac{(A - B)Bq_0^2 + (A - C)Cr_0^2}{(A - C)Ap_0^2 + (B - C)Cr_0^2}.\end{aligned}$$

On peut supposer q_0, r_0 assez petits par rapport à p_0 pour que ces angles soient aussi petits qu'on veut. Le mouvement est donc stable autour de Ox_1 ; de même autour de Oz_1 .

Mais si le corps tourne autour de Oy_1 et qu'il survienne une perturbation qui rende $Bh - k^2 \gtrless 0$, l'axe instantané décrira le cône (1) qui enveloppe l'axe z_1 ou l'axe x_1 . Le mouvement autour de Oy_1 n'est donc pas stable, sauf le cas particulier où $Bh - k^2 = 0$.

Dans le cas où $A = B$, le cône (1) est de révolution autour de Oz_1 . Le mouvement est stable autour de Oz_1 ; il ne l'est pas autour de Ox_1 . Car si le corps tourne autour de Oz_1 ou de Ox_1 , une perturbation quelconque fera décrire à l'axe instantané le cône (1) dont l'angle au centre a pour tangente $\frac{z_0}{\sqrt{p_0^2 + q_0^2}}$, de sorte que si p_0, q_0 sont petits par rapport à r_0 , cet angle est très-petit. Dans aucun cas l'axe instantané ne restera très-rapproché de Ox_1 .