

Sur les intersections des courbes algébriques planes ; d'après le Rév. Salmon

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 1
(1862), p. 112-113

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__112_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1862, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES ALGÈBRIQUES PLANES;

D'APRÈS LE RÉV. SALMON (*).

Théorème I. — Par $\frac{n(n+3)}{2}$ points fixes on peut décrire une courbe de degré n et une seule, généralement parlant. Si parmi ces $\frac{n(n+3)}{1.2}$ points il s'en trouve un nombre plus grand que $pn - \frac{(p-1)(p-2)}{1.2}$ sur une courbe de degré p , où $p < n$, alors il est impossible de faire passer une courbe de degré n par ces $\frac{n(n+3)}{2}$ points.

Théorème II. — Toutes les courbes du $n^{\text{ième}}$ degré qui passent par $\frac{n(n+3)}{2} - 1$ points fixes, passent aussi par $\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}$ autres points fixes.

Théorème III. — Un polygone de $2n$ côtés étant inscrit dans une conique, les $n(n-2)$ points d'intersection des côtés impairs avec les côtés pairs non adjacents sont sur une courbe de degré $n-2$.

Théorème IV. — Si parmi les n^2 points d'intersection de deux courbes de degré n , il s'en trouve np sur une

(*) Ces théorèmes ont déjà été démontrés dans les *Nouvelles Annales*. Nous les récapitulons dans l'intérêt des élèves.

courbe de degré $p < n$, les $n^2 - np$ points d'intersection restants sont sur une courbe de degré $n - p$.

Théorème V. — Une courbe du $n^{\text{ième}}$ degré qui passe par $np - \frac{(p-1)(p-2)}{1.2}$ points d'une courbe de degré $p < n$, rencontre encore cette courbe en $\frac{(p-1)(p-2)}{1.2}$ points.

Théorème VI. — Deux courbes de degré m et n se coupant en mn points, une courbe de degré r qui passe par $\frac{(m+n-r-1)(m+n-r-2)}{1.2}$ de ces points, où r est supérieur à m ou à n , mais non supérieur à $m+n-3$, passe aussi par les points restants des mn points.

Note historique. — Euler paraît être le premier qui ait signalé le paradoxe de deux courbes du $n^{\text{ième}}$ degré qui passent par un nombre plus grand de points qu'il n'est nécessaire pour déterminer une telle courbe (*Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1748); la même difficulté a été énoncée par Cramer dans son *Introduction à l'analyse des lignes courbes*, 1750. Toutefois les importants théorèmes qui découlent de ce paradoxe sont d'une date très-récente; ainsi le théorème IV est de Gergonne (*Annales*, t. XVII, p. 220; 1827); le théorème II, aussi de 1827, appartient à M. Plücker (*Entwickelungen*, vol. I, p. 228, et *Gergonne Annal.*, vol. XIX, pp. 97, 129); le théorème V est le sujet de deux Mémoires envoyés en même temps à Crelle, l'un par Jacobi (t. XV, p. 285), un autre par Plücker (t. XVI, p. 47); le théorème VI, le plus général, est de M. Cayley (*Cambridge Mathematical Journal*, t. III, p. 211).