

P. FARJON

G. LAURENT

Solution de la question 510

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20
(1861), p. 51-53

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__51_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 510

(voir t. XIX, p. 46);

PAR MM. P. FARJON ET G. LAURENT,

Élèves du lycée de Lille (classe de M. David).

Par les trois extrémités des axes principaux d'un ellipsoïde on mène trois cordes parallèles; on projette chacune de ces cordes sur l'axe d'où elle part; on divise cette projection par l'axe sur lequel elle se trouve, la somme des trois quotients est constante.

Soit l'ellipsoïde

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

et les trois cordes données :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{cases} x - a = \delta z, \\ y = \delta' z; \end{cases} \\ (2) \quad & \begin{cases} x = \delta z, \\ y - b = \delta' z; \end{cases} \\ (3) \quad & \begin{cases} x = \delta(z - c), \\ y = \delta'(z - c). \end{cases} \end{aligned}$$

Le plan diamétral conjugué de ces cordes a pour équation

tion

$$\frac{x}{a^2} + \frac{\delta y}{b^2} + \frac{\delta' z}{c^2} = 0.$$

L'abscisse de son intersection avec la corde (1) est

$$x' = \frac{a (a^2 c^2 \delta \delta' + a^2 b^2 \delta')}{b^2 c^2 \delta + a^2 c^2 \delta \delta' + a^2 b^2 \delta'}.$$

L'ordonnée de l'intersection du même plan avec la corde (2) est

$$y'' = \frac{b (b^2 c^2 \delta' + a^2 b^2 \delta')}{b^2 c^2 \delta + a^2 c^2 \delta \delta' + a^2 b^2 \delta'}.$$

Enfin le z de son intersection avec la corde (3) est

$$z''' = \frac{c (b^2 c^2 \delta + a^2 c^2 \delta \delta')}{b^2 c^2 \delta + a^2 c^2 \delta \delta' + a^2 b^2 \delta'}.$$

On tire de là

$$\frac{x'}{a} + \frac{y''}{b} + \frac{z'''}{c} = 2,$$

relation qui n'est autre que celle qu'il faut démontrer, car elle peut s'écrire :

$$\frac{a - x'}{a} + \frac{b - y''}{b} + \frac{c - z'''}{c} = 1,$$

et $a - x'$, $b - y''$, $c - z'''$ sont précisément les moitiés des projections des cordes (1), (2), (3).

Remarque ()*. Par la nature même de la démonstration, on voit qu'en prenant des projections obliques, le théorème peut s'étendre à trois cordes parallèles menées par les extrémités de trois diamètres conjugués quelconques.

(*) Cette remarque n'appartient qu'à ces deux élèves. ТМ.

- *Note.* MM. Cuenoud de Lausanne, Vannier de Bour-la-Reine, L. Blanche-Arnault, élève du lycée Louis-le-Grand, Ch. Kessler, élève du Prytanée militaire, Oscar Derome, élève du lycée de Lille, donnent à peu près la même solution.