HOUSEL

# Relations entre trois diamètres conjugués d'une surface du second degré

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 20 (1861), p. 304-305

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__304_0>

# RELATIONS ENTRE TROIS DIAMÈTRES CONJUGUÉS D'UNE SURFACE DU SECOND DEGRÉ;

PAR M. HOUSEL.

Considérons la surface rapportée à son centre comme origine (ce qui ne changera rien à la généralité des résultats relatifs aux directions) et soit OM un diamètre représenté par

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}.$$

L'équation du plan diamétral qui divise en parties égales les cordes parallèles à cette droite sera

$$a(\mathrm{A}x+\mathrm{B}''y+\mathrm{B}'z)+b(\mathrm{A}'y+\mathrm{B}''x+\mathrm{B}z) \\ +c(\mathrm{A}''z+\mathrm{B}'x+\mathrm{B}y)=0.$$

Mais comme ce plan contient le second diamètre représenté par

$$\frac{x}{a'}=\frac{y}{b'}=\frac{z}{c'},$$

tout se réduit à

$$a(\mathrm{A}a'+\mathrm{B}''b'+\mathrm{B}'c')+b(\mathrm{A}'b'+\mathrm{B}''a'+\mathrm{B}'c) \\ +c(\mathrm{A}''c'+\mathrm{B}'a'+\mathrm{B}b')=0$$

ou bien

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\mathrm{A}aa'+\mathrm{A}'bb'+\mathrm{A}''cc'+\mathrm{B}(bc'+b'c)+\mathrm{B}'(ac'+a'c) \\ &\qquad +\mathrm{B}''(ab'+a'b)=0, \end{aligned}\right.$$

équation symétrique.

Le troisième diamètre OM$''$ donnera de même

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &A aa'' + A bb'' + A'' cc'' + B(bc'' + b''c) + B'(ac'' + a''c)\\ &\qquad + B''(ab'' + a''b) = 0. \end{aligned}\right.$$

Mais si, de plus, OM$'$ et OM$''$ sont conjugués dans leur plan, MOM$'$ sera le plan diamétral correspondant à OM$''$, et nous aurons de même

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} &A a'a'' + A' b'b'' + A'' c'c'' + B(b'c'' + b''c')\\ &\qquad + B'(a'c'' + a''c')\\ &\qquad + B''(a'b'' + a''b') = 0. \end{aligned}\right.$$

équation dont la symétrie prouve que MOM$''$ est aussi le plan diamétral correspondant à OM$'$.

Ainsi les équations (1), (2), (3) sont nécessaires et suffisantes pour que OM, OM$'$, OM$''$ fassent un système de diamètres conjugués.