L. VOLLANT

Seconde solution géométrique de la question 502

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 19 (1860), p. 93-94

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__93_1>

SECONDE SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION 502

(voir p. 88);

PAR M. L. VOLLANT,
Élève de Mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis.

Je joins les points A et B au second foyer F′; le point de rencontre O des normales en A et B est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABF′. Soit K le point de contact de ce cercle avec AB. Le point de rencontre O′ des tangentes en A et B est le centre du cercle exinscrit au triangle ABF′, et comme O′F est perpendiculaire sur

AB (propriété connue), ce cercle est tangent en F au côté AB. D'après un théorème connu, on sait que BK est égal à AF. D'autre part, F′ étant le centre de similitude des deux circonférences O et O′, le rayon OC du cercle inscrit est parallèle à O′F et par suite perpendiculaire sur AB. Cette droite devra donc passer par le point K. Mais le centre O divise le côté CK du triangle KFC en deux parties égales, la parallèle OM au côté CF divise donc FK et par suite AB en deux parties égales.

N. B. La même propriété a lieu pour l'hyperbole, on le démontre de la même manière.

Il en est de même pour la parabole.

Soit KF l'axe d'une parabole dont F est le foyer. La corde AB passant par le point F, les tangentes en A et B se coupent en O′ à angle droit. Les normales aux mêmes points qui se coupent en O sont aussi rectangulaires. Le quadrilatère AOBO′ est donc un rectangle et la diagonale OO′ coupe AB en son milieu M. Mais O′M est un diamètre (propriété connue); par suite OO′ est parallèle à KF.