

MARIUS LAQUIÈRE

Solution de la question 438 (Mannheim)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 186-188

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__186_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

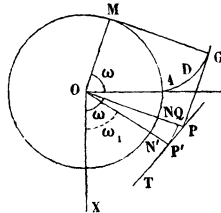
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 438 (MANNHEIM)

(voir t. XVII, p. 186);

PAR M. MARIUS LAQUIÈRE.

Démontrer que le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées du centre O d'une circonférence sur les tangentes à la développante D de cette circonférence est une spirale d'Archimède.



Soit A l'origine des arcs sur le cercle, M le point de contact d'une tangente, G le point de la développante situé sur cette tangente; on a

$$MG = R \omega,$$

en appelant R le rayon du cercle et Q l'angle MOA . Or le cercle étant la développée de la courbe G , MG est la normale en G à la développante; donc la tangente GP est parallèle à OM . Par suite si je prends un axe polaire OX perpendiculaire au diamètre OA , P étant la projection du centre sur GP , l'angle POX sera égal à ω , et l'équa-

(187)

tion du lieu des points **P** sera

$$\rho = R \omega,$$

puisque dans le rectangle OPGM

$$\rho = OP = MG = R \omega.$$

Le lieu est donc une spirale d'Archimède.

Remarque. On peut facilement reconnaître la propriété remarquable de la tangente à la spirale. Soient P, P' deux points de la courbe très-voisins. Soit P'Q un arc de cercle décrit de O comme centre; en négligeant un infiniment petit du troisième ordre, le point Q est le pied de la perpendiculaire abaissée du point P' sur PO; et par conséquent le rapport

$$\widehat{\text{tang OPT}} = \frac{P'Q}{PQ} = \frac{P'Q}{NN'} = \frac{OP'}{R} = \omega$$

est approché à un infiniment petit du second ordre. Passant à la limite, on a donc rigoureusement

$$\text{tang V} = \omega$$

pour l'angle de la tangente et du rayon vecteur.

Note du Rédacteur. Le cercle est une spirale où $V = 90^\circ$. La droite est un cercle à rayon infini et l'hélice une spirale à double courbure; de là résultent trois lignes, et les seules possibles, jouissant de la propriété que les portions de mêmes longueurs peuvent se superposer, propriété connue des Anciens. La spirale plane est exclue, parce que les rayons de courbure y varient de grandeur.

Théorème de M. Dupain, professeur.

Si une conique à *centre* tourne de 90 degrés autour de ce centre, la somme des carrés des perpendiculaires abais-

(188)

sées des foyers de l'une des coniques sur une tangente de l'autre est constamment égale au demi-carré du grand axe.