

Géométrie du cercle et de la sphère

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 438-439

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__438_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉOMÉTRIE DU CERCLE ET DE LA SPHÈRE.

Des relations qui existent entre les rayons des huit cercles tangents à trois autres, et entre les rayons des seize sphères tangentes à quatre autres; par J. MENTION. (Bul. Ac. Saint-Pétersb., t. XVII; n° 414, p. 466; nov. 1858.)

Il y a deux relations pour les cercles, et six pour les sphères. Question proposée, non résolue dans Gergonne, t. XIX, p. 182.

1°. Conditions pour que trois cercles aient une tangente commune :

R, R', R'' rayons des trois cercles,
 d = distance des centres des cercles R', R'' ,
 $d' =$ " " R, R'' ;
 $d'' =$ " " R, R' ;
 T = aire du Δ formé par les trois centres.

Condition :

$$\sum d^2 (R - R') (R - R'') = 4 T^2.$$

2°. t^2 = puissance du centre radical, dans ce cas

$$\begin{aligned} 16 t^2 T^2 &= \sum R^4 d^2 - \sum R^2 R'^2 (d^2 + d'^2 - d''^2) \\ &\quad - \sum R^2 d^2 (d'^2 + d''^2 - d^2) + d^2 d'^2 d''^2. \end{aligned}$$

3°. Conditions pour que quatre sphères aient un plan

tangent commun :

A, B, C, D quatre centres,
A = aire de la face BCD,
B = " ACD,
C = " ABD,
D = " ABC;
V = volume du tétraèdre ABCD,
R rayon de la sphère A,
R' " B,
R'' " C,
R''' " D.

Condition cherchée :

$$9V^2 = \sum D^2 \left[R'''^2 - 2 \sum R R''' \cos(A, D) \right].$$

(MENTION.)