

L. BRAULT

Solution de la question 463

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 217-218

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__217_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 463

(voir p. 116) ;

PAR M. L. BRAULT,
Élève de l'institution Barbet.

Soit l'équation

$$(1) \quad x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0,$$

si

$$(n-1)a_1^2 - (n+2)a_2 < 0;$$

l'équation a au moins un couple de racines imaginaires.

TOEPLITZ.

On sait que si

$$f(x) = 0$$

a toutes ses racines réelles, les équations

$$f'(x) = 0, \quad f''(x) = 0, \dots,$$

ont aussi leurs racines réelles. La dérivée de l'ordre $(n-2)$ du premier membre de l'équation (1), égalée à zéro, donne, en ôtant un facteur commun,

$$(2) \quad n(n-1)x^2 + 2(n-1)a_1x + 2a_2 = 0.$$

La condition de réalité des racines de cette équation est

$$(n-1)a_1^2 - 2na_2 > 0.$$

Or si l'on a

$$(n-1)a_1^2 - (n+2)a_2 < 0,$$

on aura, à fortiori,

$$(n-1)a_1^2 - 2na_2 < 0,$$

et, dans ce cas, l'équation (2) ayant ses racines imaginaires, l'équation (1) aura au moins un couple de racines imaginaires.

Note du Rédacteur. $(n-1)a_1^2 - 2na_2$ est la somme des carrés de la différence des racines. Toute fonction symétrique dont chaque terme ne renferme que des exposants pairs, positifs ou négatifs, fournit un critérium lorsque cette fonction a une valeur négative.

M. Chabirand, élève de l'école préparatoire de Sainte-Barbe, donne la même solution que M. Brault.