

B. VERNIER

Solution de la question 459

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18 (1859), p. 148-150

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__148_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 459

(voir page 445);

PAR M. B. VERNIER,
Élève du lycée Napoléon.

J'appelle α et β les longueurs des deux perpendiculaires données, δ leur distance, $a, b, c, \dots, l$ les moyennes géométriques.

On suppose $\alpha > \beta$.

La surface cherchée est

$$S = \frac{\delta}{p} \left(\frac{\alpha + \beta}{2} + a + b + c + \dots + l \right).$$

Or

$$\frac{\alpha}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \dots = \frac{l}{p} = \frac{\alpha + a + b + c + \dots + l}{a + b + c + \dots + l + \beta} = \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}},$$

d'où

$$a + b + c + \dots + l = \frac{\beta \sqrt[p]{\frac{\beta}{\alpha}} - \alpha}{1 - \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}}}$$

et

$$S = \frac{\delta}{p} \cdot \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\delta}{p} \cdot \frac{\beta \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}} - \alpha}{1 - \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}}}.$$

Je pose

$$1 - \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}} = m,$$

d'où

$$\frac{1}{p} = \frac{\log(1-m)}{\log \frac{\alpha}{\beta}},$$

logarithme dans une base quelconque, et

$$S = \frac{\delta}{p} \cdot \frac{\alpha + \beta}{2} + \delta \frac{\beta \sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}} - \alpha}{\log \frac{\alpha}{\beta}} \cdot \log(1-m)^{\frac{1}{m}}.$$

$\sqrt[p]{\frac{\alpha}{\beta}}$ s'approche de l'unité et m s'approche de zéro; donc à la limite p croissant indéfiniment,

$$S = \delta \cdot \frac{\beta - \alpha}{\log \frac{\alpha}{\beta}} \cdot \log \frac{1}{e} = \delta \cdot \frac{\alpha - \beta}{L \frac{\alpha}{\beta}} \quad (\log \text{ népérien}).$$

Note. MM. J. C. Dupain et de Chardonnet ont traité la même question de la même manière, et en y ajoutant la formule de quadrature par intégration de la logarithmique.

Les abscisses croissant en progression arithmétique et les ordonnées en progression géométrique, il est intuitif que les premières sont les logarithmes des secondes. C'est la considération dont s'est servi M. Rouquet, régent de mathématiques au collège de Castres.

MM. Bouterg, de Clermont; Stéphart, élève du lycée Charlemagne; Français (Émile) et A. Puget, élèves du lycée de Caen; Challiot, élève du lycée de Versailles; Lemoine, élève du Prytanée, ont eu recours à la limite d'une progression géométrique.