

LEGRANDAIS

Troisième solution de la question 396

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 63-65

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__63_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

(voir page 9),

PAR M. LEGRANDAIS,
Elève du lycée Louis-le-Grand (classe de M Vieille)

droite telle, que les perpendiculaires BB' , CC' abaissées respectivement des sommets B et C sur cette droite forment deux triangles rectangles ABB' , ACC' équivalents.

Soit le triangle ABC dont la médiane est AM. Je décris du point M comme centre, avec un rayon égal à AM, un arc de cercle qui coupe BC en D. Je dis que la droite AD satisfait à la question.

En effet, ce qu'il faut démontrer, c'est que

$$\frac{BB'}{CC'} = \frac{AC'}{AB'};$$

or les triangles semblables $BB'D$, $CC'D$ donnent

$$\frac{BB'}{CC'} = \frac{B'D}{DC'};$$

Mais si je mène MH perpendiculaire à AD, le point M étant le milieu de BC, le point H est le milieu de $B'C'$, et l'on a

$$HB' = HC';$$

mais le triangle AMD étant isocèle, on a aussi

$$AH = HD.$$

Donc

$$AB' = DC'$$

et

$$AC' = B'D;$$

donc

$$\frac{BB'}{CC'} = \frac{AC'}{AB'}.$$

C. Q. F. D.

Comme l'arc de cercle décrit du point M comme centre, avec MA pour rayon, coupe BC en deux points D et D', le problème admet deux solutions.

Lorsque le triangle ABC est isocèle, ces deux solutions subsistent; seulement les triangles deviennent égaux.

Lorsque le triangle est rectangle, les deux triangles construits par la méthode précédente s'annulent, car les droites AD et AD' se confondent avec les côtés du triangle.

On voit, du reste, facilement dans ce cas que le problème n'admet pas de solution, à moins que le triangle rectangle ne soit isocèle, et alors il en admet une infinité.

Lorsque le triangle est isocèle, sans être rectangle, outre les deux solutions qu'on trouve pour un triangle quelconque, et qui subsistent encore dans ce cas, il y a une troisième solution donnée par la droite menée parallèlement à la base.