

FAURE

Solution de la question 262 (Catalan)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 348-349

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__348_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 262 (CATALAN)

(voir t. XI, p. 401),

PAR M. FAURE.

Si l'on considère une suite de valeurs $y_n, y_{n-1}, \dots, y_1, y_0$ que prend une certaine fonction de x , lorsque la variable reçoit une série de valeurs $x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0$, on trouve pour la $n^{\text{ième}}$ différence de y_n l'expression

$$\Delta^n y_n = y_0 - ny_1 + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} y_2 \dots \pm y_n.$$

La considération de cette série donne immédiatement la solution de la question 262. Ainsi si l'on pose

$$C_{pn} = \frac{p(p-1)(p-2) \dots (p-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n},$$

on aura

$$(-p)^n = -\frac{n}{1} C_{pn} + \frac{n(n-1)}{1.2} C_{2p,n} \dots \pm C_{np,n},$$

n étant un nombre entier et positif, p une quantité quelconque.

Soit en effet

$$C_{px,n} = \frac{px(px-1)(px-2) \dots (px-n+1)}{1.2.3 \dots n},$$

une fonction de x . Si l'on donne à x les valeurs 0, 1, 2, ..., n , on obtient successivement

$$0, \quad C_{p,n}, \quad C_{2p,n}, \dots, C_{np,n},$$

donc

$$\Delta^n C_{np,n} = 0 - \frac{n}{1} C_{pn} + \frac{n(n-1)}{1.2} C_{2p,n} \dots \pm C_{np,n};$$

d'ailleurs la différence $n^{i\text{ème}}$ de $C_{np,n}$ est évidemment $(-p)_n$; donc, etc.