

ERNEST MALINVAUD

Solution de la question 415

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 123-124

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__123_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 415

(voir, p. 31),

PAR M. ERNEST MALINVAUD,
Elève de l'institution Bourdeau, à Limoges.

On suppose que dans les deux triangles ABC , abc , les angles A et a sont égaux ; de plus les côtés BC , bc opposés à ces angles sont entre eux dans le rapport des péri-

mètres des triangles. Démontrer que ces triangles sont semblables.

Appelons a, b, c et a', b', c' les côtés des deux triangles, $2p$ et $2p'$ les périmètres. Les conditions de la question nous fournissent les relations suivantes :

$$(1) \quad \frac{a}{a'} = \frac{p}{p'} = \frac{p-a}{p'-a'} = \frac{b+c}{b'+c'}.$$

La formule fondamentale de la trigonométrie rectiligne donne

$$1 + \cos A = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b'+c')^2 - a'^2}{2b'c'}, \text{ car } A = A';$$

d'où l'on tire

$$\frac{bc}{b'c'} = \frac{p(p-a)}{p'(p'-a')} = \frac{a^2}{a'^2}.$$

Ainsi

$$\frac{(b+c)}{(b'+c')^2} = \frac{bc}{b'c'} = \frac{a^2}{a'^2} = \frac{4bc}{4b'c'}.$$

Il en résulte

$$(2) \quad \frac{(b-c)^2}{(b'-c')^2} = \frac{a^2}{a'^2} \quad \text{et} \quad \frac{b-c}{b'-c'} = \frac{a}{a'}.$$

En comparant les relations (1) et (2), on obtient

$$\frac{a}{a'} = \frac{b+c}{b'+c'} = \frac{b-c}{b'-c'},$$

d'où

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}.$$

C. Q. F. D.

MM. Emile Daruty (de l'île Maurice), Laquières et Fénéon (élèves du lycée Saint-Louis) ont donné des solutions trigonométriques semblables; mais MM. Laquières et Fénéon ont aussi donné une démonstration géométrique fondée sur la considération des cercles ex-inscrits.