

MARIUS LAQUIÈRE

Seconde solution de la question 394 (Salmon)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 11-12

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__11_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 394 (SALMON)

(voir t. XVI, p. 447);

PAR M. MARIUS LAQUIÈRE,

Élève du lycée Saint-Louis (classe de M. Faurie).

La question revient à prouver que le rapport anharmonique de quatre cordes partant de l'extrémité d'un même diamètre est égal à celui des quatre cordes supplémentaires, puisqu'à tout système de diamètres conjugués correspond un système de cordes supplémentaires parallèles.

Ce théorème est un cas particulier du théorème suivant :

Soient quatre points c, c_1, c_2, c_3 d'une conique, et un cinquième point quelconque m . Le rapport anharmonique des quatre droites mc, mc_1, mc_2, mc_3 , est indépendant de la position du point m sur la circonférence de la conique.

Ce théorème est évident pour le cercle, je vais l'en déduire pour une conique quelconque.

Je place la conique sur un cône dont le sommet soit S : soit O un cercle tracé sur ce cône. Les génératrices $Sc, Sc_1, Sc_2, Sc_3, Sm, \dots$, déterminent sur le cercle cinq points c, c_1, c_2, c_3, M .

Quel que soit le point m , le rapport anharmonique des quatre plans $mcS, mc_1S, \dots$, est égal à celui des quatre droites $mc, mc_1, \dots$, ainsi qu'à celui des quatre droites $MC, MC_1, \dots$. Le rapport des quatre cordes concourantes de la conique est donc égal à celui des quatre cordes concourantes du cercle, et comme ce dernier est indépendant de la position du point M , le précédent est aussi indépendant de la position du point m sur la circonférence de la conique.