

POUDRA

Deux problèmes sur les surfaces du deuxième degré

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 384-386

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__384_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DEUX PROBLÈMES SUR LES SURFACES DU DEUXIÈME DEGRÉ ;

PAR M. POUDRA.

PROBLÈME I. Une surface du second degré étant donnée par neuf points, on demande de lui mener : 1° un plan tangent par un de ces points ; 2° par une droite extérieure.

Soient 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 les neuf points donnés. On veut avoir le plan tangent à la surface au point 9.

On détermine d'abord la courbe gauche du quatrième degré qui passe par les huit points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Par 9, on fait passer deux plans qui coupent cette courbe chacun en quatre points, lesquels avec le point 9 déterminent deux sections coniques. Le plan passant par les deux tangentes au point 9 à ces deux coniques sera le plan cherché.

Remarque. Il n'est pas nécessaire de tracer les deux coniques. Car soient m, n, p, q et 9 les cinq points qui déterminent une de ces coniques. On sait que la tangente en 9 à cette conique, plus les trois droites $9n, 9p, 9q$, forment un faisceau dont le rapport anharmonique est égal à celui des quatre droites $m9, mn, mp, mq$. Donc, etc.

Pour mener à la surface du deuxième degré un plan tangent par une droite extérieure L , il faut prendre sur cette droite deux points a et b ; par la droite $a9$ mener trois plans sécants qui détermineront trois coniques, à chacune desquelles par a on mènera deux tangentes ; on déterminera ainsi six points de tangence qui appartiendront ainsi à la section conique, courbe de contact de

la surface du deuxième degré et du cône circonscrit dont a est le sommet. On déterminerait de même la courbe de contact d'un autre cône circonscrit dont b serait le sommet. Ces deux sections coniques se couperont en deux points. Les plans passant par la droite L et ces deux points seront les plans tangents cherchés.

PROBLÈME II. Deux surfaces du deuxième degré étant données par 9 points, on demande de déterminer leur commune intersection.

Soient 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 les neuf points de la première et 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8', 9' ceux de la seconde surface. On commence par déterminer dans chacune de ces surfaces la courbe du quatrième ordre qui passe par les huit points 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 et 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'. Puis par la droite 99' qui joint les points restants, on fait passer une suite de plans sécants; chacun d'eux détermine dans les surfaces deux sections coniques dans un même plan, qui se coupent généralement en quatre points appartenant à la courbe cherchée qui sera ainsi évidemment du quatrième ordre. Donc, etc.

Par les huit points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 on peut faire passer $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ hyperboloides ayant la même courbe d'intersection.

Pour déterminer cette courbe, on fait passer un hyperboloïde par la droite (1, 2) et par les six points restants 3, 4, 5, 6, 7, 8, puis un second par la droite (7, 8) et par les six autres points 1, 2, 3, 4, 5, 6. On peut ainsi prendre $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ droites différentes qui, prises chacune à part, forment avec les six points restants un hyperboloïde.

(386)

Donc ce nombre est de 28. Remarquons que chacun de ces hyperboloïdes contient deux des points donnés *sur une même génératrice*.
