

POUDRA

Trisection de l'angle

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 381-383

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__381_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TRISECTION DE L'ANGLE;

PAR M. POUDRA.

M. Chasles, dans son Cours à la Sorbonne, a donné cette solution fort élégante de l'ancien problème de la trisection de l'angle.

Soit l'arc ab pris sur un cercle dont le centre est o . Soit porté sur cet arc, de a vers b , un arc quelconque am , et de b vers a un arc $bm_1 = 2.am$. Prenons sur la circonférence un point fixe c quelconque et menons les droites om , cm_1 . Il est évident qu'il en résultera l'angle

$$aom = bcm_1.$$

Pour diverses positions du point m sur la circonférence, il en résultera autant de points m_1 correspondants, et, par suite, à chaque rayon om correspondra une autre droite cm_1 telle, que les angles aom , bcm_1 seront toujours égaux; donc les points o et c seront les centres de deux faisceaux homographiques tels, que les rayons homologues se couperont en des points n dont le lieu géométrique sera, par conséquent, une section conique coupant la circonférence au point a , tiers de l'arc ab .

On peut ajouter quelques détails à cette solution.

Prenons pour le point C celui qui est diamétralement opposé au point b . En construisant la courbe des points n , il sera facile de voir que :

- 1°. Le côté ao de l'angle est une tangente à la courbe;
- 2°. Une parallèle à ao menée par c est une seconde tangente;
- 3°. Il en résulte que co est un diamètre et le point C , milieu de co , sera le centre;

4°. La droite ca est une parallèle à une asymptote ;

5°. Une perpendiculaire en c à cette droite ca est une parallèle à l'autre asymptote ;

6°. Les droites Cx , Cy menées par le centre, parallèlement à ces droites, seront les asymptotes ;

7°. Les bissectrices CA , CB des asymptotes seront les axes de la courbe ;

8°. Cette courbe est une hyperbole équilatère dont on connaît de suite le centre et les axes, etc. ;

9°. Cette courbe coupe la circonférence en quatre points dont l'un est celui c connu, les trois autres seront α_1 , α_2 , α_3 qui seront tels, que $a\alpha_1 = \frac{1}{3}$ de l'angle aob ; $a\alpha_2$ sera le tiers d'une circonférence plus aob , et enfin $a\alpha_3$ sera le tiers de l'angle $360^\circ - aob$.

Puisqu'on connaît de suite le centre et les axes de l'hyperbole équilatère qui résout le problème de la trisection de l'angle, on peut employer toutes les méthodes connues pour tracer cette courbe, sans avoir besoin de recourir à la construction des deux faisceaux ci-dessus.

Note du Rédacteur.

1°. *Compas trisecteur.* M. Répécaud, colonel du génie en retraite, a inventé cet instrument. Il est fondé sur ce principe. Soit l'arc ABC moindre que 180 degrés et O le centre. Si le rayon OB coupe la corde AC en un point E tel que l'on ait

$$AE = AB,$$

alors

$$\text{arc } AB = \frac{1}{3} \text{ arc } AC.$$

Si l'on prolonge le rayon BO jusqu'à ce qu'il coupe de nouveau la circonférence en D , on aura aussi

$$DE = DC;$$

il est facile de trouver un tel point D à l'aide d'un com-

pas, dont une branche passe constamment par C et dont la tête se meut sur la circonférence jusqu'à ce que la condition $DE = DC$ soit satisfaite : les deux branches portant des divisions égales, cette égalité se vérifie à vue.

Supposons que le point B soit quelconque. Portons la corde AB sur la corde AC, de A en E, et menons BE; la perpendiculaire abaissée du centre c sur la corde AC rencontre BE en un point I; il serait curieux de connaître le lieu de ce point I; lorsqu'il coïncide avec C, il sert à opérer la trisection.

2°. M. le docteur Toscani, professeur de physique au lycée de Sienn (Toscane), fonde la trisection sur le lieu géométrique d'un *podaire* du cercle. Soit C le centre et V un point fixe, extrémité de l'arc à trisecter. Prolongeons le rayon OV d'une longueur $VP = OV$; projetons le point P sur toutes les tangentes au cercle; T étant le point de contact et P' la projection correspondante de P, lorsqu'on aura

$$VP' = VT,$$

alors

$$\text{angle } VP'P = \frac{1}{3} \text{ angle } CVP'.$$