

CATALAN

Exercices d'algèbre extraits du manuel des candidats à l'École polytechnique

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15 (1856), p. 257-258

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__257_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXERCICES D'ALGÈBRE

Extraits du Manuel des candidats à l'Ecole Polytechnique

DE M. CATALAN (*).

I. Étant donné le système

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_p = a_1,$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{p+1} = a_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_n + x_1 + x_2 + \dots + x_{p-1} = a_n,$$

trouver dans quel cas il est *déterminé*, *indéterminé* ou *impossible*. Quand il est déterminé, quel est son *déterminant* et quelles sont les valeurs des inconnues?

II. Transformer l'expression $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{(a+b)}}$ en une autre dont le dénominateur soit rationnel.

III. En représentant par m un nombre plus grand que l'unité, on a

$$1 + \frac{1}{m+1} + \frac{1 \cdot 2}{(m+1)(m+2)} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(m+1)(m+2)(m+3)} \\ + \dots = \frac{m}{m-1}.$$

IV. De combien de manières peut-on former le nombre 251 par l'addition de douze nombres entiers, inférieurs à 50?

(*) Sous presse, chez M. Mallet-Bachelier.

V. Démontrer la double inégalité

$$\frac{1}{(p-1)(a-1)^{p-1}} > \frac{1}{a^p} + \frac{1}{(a+1)^p} + \frac{1}{(a+2)^p} + \dots$$

$$> \frac{1}{(p-1)a^{p-1}}.$$

VI. Développer, en série ordonnée suivant les puissances entières et positives de x , la fonction

$$\frac{x}{1-x} + \frac{2x^2}{1-x^2} + \frac{3x^3}{1-x^3} + \frac{4x^4}{1-x^4} + \dots$$

Quel sera le coefficient de x^n . La série sera-t-elle convergente ($1 > x > 0$)?

VII. Trouver la somme des produits trois à trois des n premiers nombres naturels.

VIII. Trouver la plus petite valeur entière de x vérifiant l'inégalité

$$(1,01)^x > 10x.$$

IX. Une personne emprunte pour un an, à *intérêt composé*, un *capital* a . Elle convient de se libérer au moyen de n paiements égaux, effectués à des intervalles de temps égaux entre eux. Le premier paiement sera fait $\frac{1}{n}$ d'année après le moment de l'emprunt. Le taux de l'intérêt est de $\frac{z}{n}$ pour franc pour $\frac{1}{n}$ d'année. On demande

- 1°. La valeur b de chacun des paiements ;
- 2°. Vers quelle limite tend le rapport $\frac{nb}{a}$, lorsque n augmente indéfiniment ;
- 3°. Comment varie cette limite lorsque r diminue ;
- 4°. Quelle est la valeur de cette limite pour $r = 0$.

La suite prochainement.