

L. SERVIER

Solution trigonométrique de la question 323

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 228-229

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__228_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION TRIGONOMÉTRIQUE DE LA QUESTION 323

(voir page 154) ;

PAR M. L'ABBÉ L. SERVIER,
Professeur à Saint-Étienne.

Deux cercles étant dans un même plan, et les tangentes communes intérieures se coupant à angle droit, l'aire du triangle formé par ces tangentes et une tangente commune extérieure est équivalente au rectangle des rayons.

Soient O et O' les centres des deux cercles de rayon R et R' ; A le point d'intersection des deux tangentes intérieures ; C et C' les points de contact de ces deux tangentes, d'un même côté de la ligne des centres ; D et D' ceux de la tangente extérieure commune aux deux cercles ; soient enfin B et B' les points respectifs d'intersection des droites AC et AC' avec la droite BB'. C'est le triangle ABB' dont l'aire est équivalente au rectangle des rayons.

En effet, dans le triangle ABO, on a (le triangle ACO étant isocèle)

$$(1) \quad AB = AO \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)} = R \sqrt{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)};$$

le triangle AB'O donne semblablement

$$AB' = R' \sqrt{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha'}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha'}{2}\right)}.$$

α et α' désignent les angles analogues COD, C' O' D'; ces angles étant complémentaires, l'équation précédente peut s'écrire de la manière suivante :

$$(2) \quad AB' = R' \sqrt{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Si nous multiplions membre à membre les équations (1) et (2), il vient, toute réduction faite, et après avoir divisé par 2

$$\frac{1}{2} AB \times AB' = R \times R'.$$

C. Q. F. D.