

SERRET

Théorème de Fermat généralisé

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14
(1855), p. 261-262

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__261_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉOREME DE FERMAT GÉNÉRALISÉ ;

PAR M. SERRET,

Examineur d'admission à l'École Polytechnique.

Le théorème de Fermat d'après lequel la formule $x^n - x$ est divisible par n , quand n est premier, est susceptible d'une généralisation assez remarquable.

J'ai trouvé effectivement le théorème suivant :

Si $a, b, c, \dots, k$ désignent les nombres premiers iné-

gaux qui divisent un entier quelconque n , la formule

$$x^n - \sum x^{\frac{n}{a}} + \sum x^{\frac{n}{ab}} - \sum x^{\frac{n}{abc}} + \dots \pm x^{\frac{n}{abc\dots k}} (*)$$

est divisible par n , quel que soit x .

Je vous envoie cet énoncé, pensant qu'il pourra intéresser quelques-uns des lecteurs de votre estimable recueil; la démonstration est aisée à trouver.

J'ai été conduit au théorème dont il s'agit en cherchant à déterminer le nombre N des congruences irréductibles de degré n , suivant un module premier p , question qui se rattache à la théorie que j'ai développée dans la 25^e leçon de mon *Cours d'Algèbre supérieure*. On trouve

$$N = \frac{p^n - \sum p^{\frac{n}{a}} + \sum p^{\frac{n}{ab}} - \dots \pm p^{\frac{n}{abc\dots k}}}{n}.$$

On a ainsi une démonstration indirecte du théorème énoncé plus haut pour le cas particulier où x est égal à un nombre premier p ; mais ce théorème est vrai, je le répète, quel que soit l'entier x .