

Construction géométrique d'une ligne plane du troisième degré passant par neuf points donnés

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14 (1855), p. 233-235

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__233_2

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE.

D'une ligne plane du troisième degré passant par neuf points donnés ;

D'APRÈS M. CHASLES.

(*Comptes rendus*, 30 mai 1853, page 943)

1. *Lemme.* Étant donnés cinq points d'une conique et une droite dans le plan de la conique, on peut construire

(*) Le sommet est le point où le cercle de courbure a quatre points en commun avec la courbe

géométriquement les intersections de la droite et de la conique sans décrire la conique.

2. *Lemme.* Étant donnés quatre points dans un plan et le rapport anharmonique d'un faisceau passant par ces points, on peut construire *géométriquement* les sommets des faisceaux homographiques passant par ces points, sommets situés sur une conique passant par les quatre points donnés.

3. *Lemme.* Étant données deux coniques dans le même plan, chacune par cinq points, si, de plus, trois de ces points sont communs aux deux coniques, on peut construire *géométriquement* le quatrième point d'intersection des deux coniques sans décrire ces coniques, et ce point est unique et toujours réel.

4. *PROBLÈME.* Étant donnés neuf points d'une courbe plane du troisième degré, trouver deux faisceaux homographiques F^1 et F^2 , dont les intersections donnent la ligne du troisième degré passant par les neuf points (t. XII, p. 360).

Solution. Soient $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ les neuf points donnés et A, B, C les trois coniques déterminées,

A par les points $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,$

B — $a_1, a_2, a_3, a_4, a_6,$

C — $a_1, a_2, a_3, a_4, a_7,$

et une conique indéterminée D passant par les quatre points a_1, a_2, a_3, a_4 . Les quatre coniques ayant quatre points en commun appartiennent à un faisceau F^2 (t. XII, p. 358 et 359).

Les quatre polaires d'un point quelconque pris dans le plan par rapport aux quatre coniques sont un faisceau F^1 homographique au faisceau F^2 , et dont le rapport anharmonique est constant, quelque part qu'on prenne le pôle. Si l'on cherche un point P fixe tel, que les quatre rayons

Pa_5, Pa_6, Pa_7, PK forment un faisceau Q' homographique au faisceau des polaires, ce faisceau Q' sera aussi homographique au faisceau F^2 .

Le quatrième rayon PK coupe la conique variable D correspondante en deux points; la suite de ces points est sur une courbe du troisième degré passant par les sept points $a_1, a_2, \dots, a_7$ et par le point P (t. XII, p. 360). Le point P est arbitraire, mais si l'on prend le point P sur la conique M passant par les points a_5, a_6, a_7, a_8 et tel, que le faisceau Pa_5, Pa_6, Pa_7, Pa_8 soit homographique au faisceau des quatre polaires, il est évident que la courbe du troisième degré passera alors par les huit points $a_1, a_2, \dots, a_8$ et encore par le point P . Construisons de même une conique N passant par les points a_5, a_6, a_7, a_9 et telle, que le faisceau Pa_5, Pa_6, Pa_7, Pa_9 soit homographique au faisceau des quatre polaires; les coniques M et N ont en commun les points a_5, a_6, a_7 et encore un quatrième point (lemme 3); prenant ce quatrième point pour P , la courbe du troisième degré, donnée par l'intersection du faisceau F^2 et F^1 ayant pour sommet P , passera par les neuf points $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$; ce qu'il fallait faire.