FAURE

Théorème de M. Steiner sur un cercle tangent à une courbe

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 231-232

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__231_1>

THÉORÈME DE M. STEINER SUR UN CERCLE TANGENT A UNE COURBE

(voir t. XII, p. 119);

PAR M. FAURE,
Officier d'artillerie.

Si un cercle doit passer par deux points donnés et toucher une courbe de degré n, le nombre des solutions est en général $n(n+1)$.

Prenons pour origine le milieu de la distance des points donnés, pour axe des x la droite qui joint les points. L'équation du cercle sera de la forme

$$(1) \qquad x^2 + y^2 - 2\beta y = \alpha^2;$$

β ordonnée du centre, 2α distance des points fixes.

Appelant x, y les coordonnées du point de contact de ce cercle avec la courbe $f(x, y) = 0$ de degré n, la normale en ce point à la courbe sera

$$Y - y = \frac{f'_y}{f'_x}(X - x),$$

X, Y étant les coordonnées courantes. Cette normale doit passer par le centre de notre cercle; donc

$$\beta f'_x - x f'_y - y f'_x = 0.$$

J'élimine β entre cette équation et l'équation (1), il en résulte l'équation

$$(x^2 + y^2 - a^2) f'_x + 2y(x f'_y - y f'_x) = 0,$$

laquelle combinée avec l'équation

$$f(x, y) = 0$$

fait connaître les coordonnées des points de contact. Or la première est de degré $n + 1$, la seconde de degré n, donc le nombre de leurs points d'intersection est $n(n + 1)$ en général.