

Note sur la divisibilité des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14
(1855), p. 118-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__118_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LA DIVISIBILITÉ DES NOMBRES.

p étant le nombre des chiffres d'une période décimale provenant de la fraction $\frac{1}{m}$, on a

$$10^p - 1 = \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{kp} - 1 = \dot{m};$$

k est un nombre entier positif quelconque.

Corollaire I. N étant un nombre entier positif quelconque, on a

$$N \cdot 10^{pk} - N = \dot{m}.$$

Corollaire II. p, m, N conservant même signification, si l'on divise N en tranches de p chiffres de droite à gauche, la dernière tranche à gauche peut renfermer moins de p chiffres. Soit n la somme de toutes ces tranches, on aura

$$N - n = \dot{m}.$$

En effet, soient $t_1, t_2, t_3, \dots$ ces tranches, on a

$$N = t_1 + t_2 \cdot 10^p + t_3 \cdot 10^{2p} + \dots,$$

ou

$$t_1 - t_1 = \dot{m}, \quad t_2 \cdot 10^p - t_2 = \dot{m}, \quad t_3 \cdot 10^{2p} - t_3 = \dot{m}, \dots;$$

(*) Les travaux de MM. de Polignac et Tchetbichef sont les premiers pas vers la démonstration de ces inaccessibles théorèmes.

ajoutant, on a

$$N - n = \dot{m}.$$

Corollaire III. Faisant $p = 2r$, et soit m un nombre premier

$$10^{2r} - 1 = \dot{m} = (10^r + 1)(10^r - 1);$$

$10^r - 1$ n'est pas divisible par m , puisque la période a $2r$ chiffres. Donc

$$10^r + 1 = \dot{m}, \quad \text{et} \quad 10^{(2k+1)r} + 1 = \dot{m}.$$

Supposons qu'on partage N en tranches de r chiffres de droite à gauche, on aura

$$N = t_1 + t_2 \cdot 10^r + t_3 \cdot 10^{2r} + t_4 \cdot 10^{3r} + \dots,$$

$$t_1 - t_1 = \dot{m}, \quad t_2 \cdot 10^r + t_2 = \dot{m},$$

$$t_3 \cdot 10^{2r} - t_3 = \dot{m}, \quad t_4 \cdot 10^{3r} + t_4 = \dot{m} \dots$$

Soient

$$t_1 + t_3 + t_5 + \dots = u,$$

$$t_2 + t_4 + t_6 + \dots = v,$$

on aura

$$N - (u - v) = \dot{m}.$$

Application.

$m = 3$, alors $p = 1$; il faut partager N en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 9$, alors $p = 1$; il faut partager N en tranches chacune de 1 chiffre.

$m = 7$, alors $p = 6$; il faut partager N en tranches de 3 chiffres, et faire la somme des tranches de rang pair et de rang impair.

$m = 11$, alors $p = 2$; il faut partager N en tranches de 1 chiffre.

$m = 13$, alors $p = 6$; il faut partager N comme pour le cas de $m = 7$.

$m = 17$, alors $p = 16$; il faut partager N en tranches de 8 chiffres.

$m = 19$, alors $p = 18$; il faut partager N en tranches de 9 chiffres.

$m = 23$, alors $p = 22$; il faut partager N en tranches de 11 chiffres.

$m = 37$, alors $p = 3$; il faut partager N en tranches de 3 chiffres.

$m = 101$, alors $p = 4$; il faut partager N en tranches de 2 chiffres.

Ces théorèmes sont indiqués dans le *Journal de Cambridge*, et se trouvent dans l'*Algèbre* de Mayer et Choquet, 5^e édition, page 232.