

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 314-316

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__314_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

293. Soient p un nombre premier et X un polynôme tel que

$$X = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_n x^{n-1}.$$

En donnant à chaque coefficient a toutes les valeurs

$$0, 1, 2, 3, \dots, p-1,$$

on aura p^n valeurs de X , dont l'une sera zéro. Si l'on élève toutes les valeurs de X à la puissance m , et qu'on représente la somme des résultats par $\sum X^m$, on aura

$$\sum X^m = \text{un multiple de } p,$$

si $m < p^n - 1$; mais l'égalité précédente n'aura pas lieu si $m = p^n - 1$. (J. A. SERRET.)

294. Soient $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, n points matériels d'égales masses; G_2 le centre de gravité de P_1, P_2 ; G_3 le centre de gravité de P_3 et de la masse $P_1 + P_2$ posée en G_2 ; G_4 le centre de gravité de P_4 et de G_3 , et ainsi de suite; de sorte que G_n est le centre de gravité de P_n et de G_{n-1} ; G_n est indépendant de la manière dont on prend les masses; désignons par $A_{(i)}$ la distance de G_{i-1} à P_i , la quantité

$$\frac{1}{2} (A_2)^2 + \frac{2}{3} (A_3)^2 + \left(\frac{3}{4}\right) (A_4)^2 + \dots + \left(\frac{n-1}{n}\right) A_n^2$$

est constante, dans quelque ordre qu'on prenne les masses.

Observation. G_1 est la même chose que P_1 : ainsi A_2 est la distance de P_1 à P_2 . (STEINER.)

295. Par un point P pris dans le plan d'une courbe algébrique M , on mène des normales à cette courbe, qui la rencontrent aux points $A_1, A_2, \dots, A_n$. On suppose que la somme des carrés de ces normales est égale à p^2 , quantité constante. Le point P engendre une nouvelle courbe M_1 ; la normale à cette courbe menée par le point P passe par le centre de gravité des points A_1, A_2 , etc.

Cherchons un point Q tel, que l'on ait

$$(QA_1)^2 + (QA_2)^2 + \dots + QA_n = p^2.$$

Le lieu du point Q est une courbe M_2 touchant la courbe M_1 au point P .

(316)

Il en sera de même pour une relation quelconque entre les normales; dans la relation donnée, M_2 est un cercle.