

P. TARDY

Solution de la question 262

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 26-27

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__26_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 262

(voir t. XI, p. 401);

PAR M. P. TARDY.

L'équation

$$(-p)^n = -\frac{n}{1} \epsilon_{p,n} + \frac{n(n-1)}{1.2} \epsilon_{2p,n} \\ - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} \epsilon_{3p,n} + \dots \pm \epsilon_{np,n},$$

où n est un nombre entier positif, p une quantité quelconque, et .

$$\epsilon_{p,n} = \frac{p(p-1)\dots(p-n+1)}{1.2\dots n},$$

donnée par M. Catalan, n'est qu'un cas très-particulier de la formule générale du calcul des différences finies

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta^n f(x) &= f(x+n) - \frac{n}{1} f(x+n-1) \\ &+ \frac{n(n-1)}{1.2} f(x+n-2) - \dots + (-1)^n f(x). \end{aligned} \right.$$

Il suffit de poser

$$f(x) = (-1)^n \frac{px(px-1)(px-2)\dots(px-n+1)}{1.2.3\dots n};$$

en effet, il viendra

$$\Delta^n f(x) = (-1)^n \frac{n(n-1)\dots 2.1.p^n}{1.2\dots n} = (-p)^n,$$

et

$$f(x+r) = (-1)^n \frac{(x+r)p[(x+r)p-1]\dots[(x+r)p-n+1]}{1.2.3\dots n};$$

en substituant dans l'équation (1), et en intervertissant l'ordre des termes dans le second membre, nous aurons

$$\begin{aligned}
 (-p)^n &= \frac{px(px-1)\dots(px-n+1)}{1.2.3\dots n} \\
 &- \frac{n(x+1)p[(x+1)p-1]\dots[(x+1)p-n+1]}{1.2\dots n} \\
 &+ \frac{n(n-1)}{1.2} \cdot \frac{(x+2)p[(x+2)p-1]\dots[(x+2)p-n+1]}{1.2.3\dots n} - \dots \\
 &+ (-1)^n \frac{(x+n)p[(x+n)p-1]\dots[(x+n)p-n+1]}{1.2.3\dots n},
 \end{aligned}$$

laquelle, pour $x = 0$, devient la formule de M. Catalan.