

C.-W. BORCHARDT

Théorie des fractions continues algébriques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 157-158

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__157_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORIE DES FRACTIONS CONTINUES ALGÈBRIQUES;

PAR M. C.-W. BORCHARDT (DE BERLIN).

On sait qu'on peut réduire en fraction continue la racine carrée d'un nombre entier. En est-il de même pour une fonction algébrique entière d'une seule variable?

Abel, en cherchant dans quels cas l'intégrale $\int \frac{fx}{\sqrt{X}} dx$ (fx , X sont des fonctions entières de x) peut s'évaluer en logarithmes, a rattaché cette évaluation au développement en fraction continue de $\sqrt{X}$ (*OEuvres complètes*, tome I, page 33, et Crelle, tome I, page 184); ensuite, Jacobi ramène inversement ce développement à la multiplication de ce genre d'intégrales, mais seulement pour le cas où X est du quatrième degré, les intégrales étant alors *elliptiques* (Crelle, tome VII, page 41), et il donne ce résultat, sans démonstration. Dans un Mémoire inséré dans le journal de Crelle (tome XLVIII, cahier 1), M. Borchardt donne non-seulement cette démonstration, mais établit ce magnifique théorème :

$$\begin{aligned} \sqrt{x \varphi x} = \sqrt{x(x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_{2\nu-1})} &= r_0 + \frac{1}{2v_0} \\ &+ \frac{1}{2v_1} + \dots + \frac{1}{2v_{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{x \varphi x + r_n}}; \\ &\qquad\qquad\qquad s_n \end{aligned}$$

les r sont des fonctions entières de degré ν et les ν des fonctions, généralement parlant, du premier degré. La détermination de ces fonctions dépend de l'intégrale

$$\int_{\infty}^0 \frac{l_0 + l_1 x + \dots + l_{r-2} x^{n-2}}{\sqrt{x \varphi x}} dx.$$

Des raisonnements rigoureux, des idées d'une clarté parfaite, une succession d'idées parfaitement coordonnées, qualités qui distinguent le célèbre analyste berlinois, rendent ce sujet difficile, d'une facile compréhension. Le Mémoire est écrit en français. En le reproduisant dans le *Journal de Mathématiques*, M. Liouville rendrait plus accessible aux géomètres français un modèle de style, de rédaction et de haute logique.
