

## **Théorème combinatoire de M. Stern, démontré par M. A., capitaine d'artillerie**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 13  
(1854), p. 138

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1854\\_1\\_13\\_\\_138\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__138_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

**THÉORÈME COMBINATOIRE DE M. STERN,**

DÉMONTRÉ PAR M. A.,

Capitaine d'Artillerie.

---

1. *Notation.*  $C_n^p$  = classe combinatoire d'ordre  $p$ , avec  $n$  éléments  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  et avec répétition;  $C_n^p = \text{id}$ , sans répétition.

2. THÉORÈME.

$$C_n^p - C_n^1 C_n^{p-1} + C_n^2 C_n^{p-2} - C_n^3 C_n^{p-3} + \dots (-1)^n C_n^p = 0.$$

*Démonstration.* Désignons cette série par  $S_n^p$ ;  $C_n^p$  est évidemment le coefficient de  $h^p$  dans le produit infini

$$P = (1 + a_1 h + a_1^2 h^2 + \dots)(1 + a_2 h + a_2^2 h^2 + \dots)(1 + a_3 h + a_3^2 h^2 + \dots) \dots;$$

donc

$$1 + C_n^1 h + C_n^2 h^2 + \dots = P = \frac{1}{(1 - a_1 h)(1 - a_2 h) \dots (1 - a_n h)};$$

d'où l'on tire, en faisant disparaître le dénominateur qui n'est autre que  $1 - C_n^1 h + C_n^2 h^2 - C_n^3 h^3 + \dots + (-1)^n C_n^n h^n$ ,

$$1 = 1 + \sum_p S_n^p h^p;$$

donc

$$S_n^p = 0.$$

C. Q. F. D.

*Note du rédacteur.* J'ai donné une démonstration, mais bien moins simple, du même théorème, dans le *Journal de Mathématiques*, tome III, page 559.

---