

ANGELO GENOCCHI

Solution de la question 244

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 11
(1852), p. 453-454

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__453_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1852, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 244

(voir t. V p. 358)

PAR M. ANGELO GENOCCHI.

THÉOREME. *Dans un produit de n facteurs monômes, on ne peut changer que $2^{n-1} - 1$ fois les signes des facteurs, soit en totalité, soit en partie, sans changer le signe du produit.*

Démonstration. Le signe du produit ne change pas, si les facteurs qui changent de signe sont en nombre pair.

Mais deux facteurs sur n peuvent être choisis de $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$

manières ; quatre facteurs peuvent être choisis de $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ manières ; et ainsi de suite.

D'ailleurs, on a

$$\begin{aligned} 1 + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots \\ = \frac{(1+1)^n + (1-1)^n}{2} = 2^{n-1} ; \end{aligned}$$

donc les signes des facteurs peuvent être changés de $2^{n-1} - 1$ manières.

Observation. M. Casimir Rey démontre le même théorème par des considérations combinatoires.