

E. LIONNET

Note sur le plus grand commun diviseur

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 85-86

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__85_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LE PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR;

PAR M. E. LIONNET,

Professeur au lycée Louis-le-Grand.

Mathematisches Institut
der
Reichsuniversität Straßburg

THÉOREME. *Le nombre de divisions à faire pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers A et B ne peut excéder trois fois le nombre des chiffres du plus petit B des deux nombres proposés.*

Pour démontrer ce théorème, nous avons fait voir (*) qu'on pouvait supposer A et B premiers entre eux, et, en désignant par

$$B \dots D_6, D_5, D_4, D_3, D_2, 1$$

les nombres qui ont servi successivement de diviseur,

(*) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, tome IV, page 617.

nous avons prouvé qu'entre trois diviseurs consécutifs quelconques, D_5 , D_4 , D_3 par exemple, on avait la relation

$$D_5 = \text{ou} > 2D_4 + D_3,$$

que nous allons démontrer d'une manière plus simple. Le diviseur D_4 , étant le reste de la division de D_6 par D_5 , est moindre que la moitié de D_5 , et, par suite, contenu au moins deux fois dans D_5 ; donc, si D_3 est le reste de la division ordinaire de D_5 par D_4 , on aura

$$(1) \quad D_5 = \text{ou} > 2D_4 + D_3.$$

Dans le cas où D_3 est le reste correspondant au quotient, pris par excès, de la division de D_5 par D_4 , si l'on nomme R le reste de la division ordinaire de D_5 par D_4 , on aura, comme précédemment,

$$(2) \quad D_5 = \text{ou} > 2D_4 + R;$$

mais D_3 étant moindre que la moitié de D_4 , R est plus grand que cette moitié, donc $D_3 < R$, et, si l'on remplace R par D_3 dans la relation (2), on aura à plus forte raison la relation (1), qui est ainsi démontrée, quel que soit le mode de division qui a conduit au reste D_3 .