

Exercices sur les équations numériques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 365-367

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__365_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

1. $x^2 - 18x^2 + 2x - 7 = 0$, $x = 17,91015$.
2. $x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 48x - 32 = 0$, $x = 2,48906685$.
3. $x^4 - 4x^3 + x + 4 = 0$, $x = 1,23772905$.
4. $x^4 + 8x^3 + 14x^2 - 8x + 1 = 0$, $x = 0,236$ (il y a deux racines différant peu de 0,23).
5. $x^4 + 9x^2 - 6x + 5 = 0$, $x = 0,357401208 \pm 0,656331949\sqrt{-1}$.
6. $x^4 - 9x^3 - 9x + 1000 = 0$, $x = 7,029548815 \pm 1,555451499\sqrt{-1}$.
7. $x^4 - 4,1x^3 + 14,2x^2 - 20,1x + 26 = 0$, $x = 0,7183 \pm 1,9288\sqrt{-1}$.
8. $x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 20x + 12 = 0$, $x = 1 \pm 2,7578\sqrt{-1}$.
9. $x^6 + x + 1 = 0$, x est compris entre $-0,7 \pm 0,03\sqrt{-1}$ et $-0,8 + 0,3\sqrt{-1}$.

1°. Équations à deux inconnues.

10. $\begin{cases} x^2 + 4xy - 2y^2 - 10 = 0, & x = 2, & x = 5,43637043, \\ x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 98 = 0, & y = 3, & y = -0,85308876. \end{cases}$
11. $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + 4xy - y^3 = 0, & x = 0,773571776, \\ x^2 + y^2x - y^3 = 0, & y = 1,625681024. \end{cases}$
12. $\begin{cases} x^4 + y^4 = 300, & x = 2,4223817, \\ x^3 + y^3 = 80, & y = 4,0368598. \end{cases}$

2°. Équations transcendentes.

13. $x^x = 10$, $x = 2,506184$.
14. $4^x + 5^x = 10$, $x = 1,0697432$.
15. $e^x = 2x + 5$, $x = 2,25163$, $x = 2,892 + 7,210\sqrt{-1}$.

3°. A deux inconnues.

16. $\begin{cases} x^y = 5, & x = 2,5416, \\ y^x = 4, & y = 1,7253. \end{cases}$

4°. *Racines exprimées en produits infinis.*

$$17. x^3 - 18x^2 + 2x - 7 = 0, \quad x = 17.1,05.1,003.1,0003\dots,$$

$$18. x^3 + 9x^2 - 6x + 5 = 0, \quad x = (0, \quad 35 + 0, \quad 65\sqrt{-1}).1,01 \\ \times (1, \quad 002 - 0, \quad 004\sqrt{-1}) \\ \times (1,0002 - 0,0007\sqrt{-1}).$$

$$19. \left\{ \begin{array}{l} x^4 + y^4 = 300 \\ x^3 + y^3 = 80 \end{array} \right\}, \quad x = 2,4.1,008.1,001\dots, \quad y = 4.1,009\dots$$

Ces exemples sont tirés de l'ouvrage *Allgemeine auflosung der zahlen-gleichungen mit einer oder mehreren unbekannten* : Solution générale des équations numériques à une inconnue et à plusieurs inconnues; par *Simon Spitzer*, professeur suppléant à l'Institut polytechnique de Vienne. Vienne, 1851; in-folio de 73 pages.

L'auteur donne à chaque racine la forme générale

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \frac{a_3}{10^3} + \dots + \left(b_0 + \frac{b_1}{10} + \frac{b_2}{10^2} + \frac{b_3}{10^3} + \dots \right) \sqrt{-1};$$

a_0 et b_0 sont des nombres entiers quelconques, zéro compris; $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$ sont des nombres entiers qui ne peuvent dépasser 9; les quantités b sont nulles pour les racines réelles. Après avoir trouvé $a_0 + \frac{a_1}{10}$, on diminue toutes les racines de cette quantité, par le procédé Budan; la nouvelle équation a une racine moindre que $\frac{1}{10}$, et, par approximation, on trouve $\frac{a_2}{100}$. On diminue

alors toutes les racines de la dernière équation de $\frac{a_2}{100}$, on obtient une équation qui a une racine moindre qu'un centième, et, par approximation, on trouve a_3 ; et ainsi de suite. La même marche, mais plus compliquée, pour les racines imaginaires et pour les équations à plusieurs

inconnues. On ne peut connaître le degré d'exactitude, point essentiel dans les méthodes approximatives; du reste, dans la pratique, la substitution directe fournit toujours un moyen de vérification. Nous reviendrons sur cet ouvrage.