

Théorèmes sur les équations algébriques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 355-356

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__355_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES SUR LES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES.

1. Soit une équation algébrique entière de degré n ,

$$P = Ax^n + A_1x^{n-1} + \dots + A_n = 0 = f(x),$$

α étant une quantité quelconque ; on aura les identités

$$\begin{aligned} P &= P_1 (x - \alpha) + f(\alpha), \\ P_1 &= P_2 (x - \alpha) + f'(\alpha), \\ P_2 &= P_3 (x - \alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!}, \\ P_3 &= P_4 (x - \alpha) + \frac{f'''(\alpha)}{3!}, \\ &\vdots \\ P_m &= P_{m+1} (x - \alpha) + \frac{f^{(m)}(\alpha)}{m!}, \\ &\vdots \\ P_{n-1} &= P_n (x - \alpha) + \frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!}, \\ P_n &= \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!} = A. \end{aligned}$$

$P_1, P_2, P_3, \dots$ sont les parties entières des quotients

$$\frac{P}{x - \alpha}, \frac{P_1}{x - \alpha}, \frac{P_2}{x - \alpha}, \text{ etc. } (*).$$

Corollaire.

$$\begin{aligned} P &= f(\alpha) + (x - \alpha)f'(\alpha) + \frac{(x - \alpha)^2}{2!} f''(\alpha) \\ &+ \frac{(x - \alpha)^3}{3!} f'''(\alpha) + \dots + (x - \alpha)^{n-1} \frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!} + (x - \alpha)^n A \\ &= f[\alpha + (x - \alpha)] = f(x); \end{aligned}$$

résultat évident d'après le théorème de Taylor.

2. Soient $\varphi(x, y) = 0$, $\psi(x, y) = 0$, deux équations algébriques entières ; si le déterminant

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{d\psi}{dx}$$

est identiquement nul, les deux équations sont ou incompatibles ou rentrent l'une dans l'autre.

(*) On n'insérera pas de démonstration de ce théorème.