

A. VACHETTE

Solution de la question 198

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 314-315

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__314_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 198

(voir t. VII, p. 448) ;

[PAR M. A. VACHETTE,

Licencié ès sciences physiques et licencié ès sciences mathématiques.

PROBLÈME. *Des hyperboles équilatères concentriques sont coupées orthogonalement par une même droite : quelle est leur courbe enveloppe?* (STREBOR.)

Solution. Prenons pour origine le centre commun des hyperboles équilatères, et pour axe des y une parallèle à la droite qui les coupe orthogonalement. L'équation générale des hyperboles équilatères sera de la forme

$$(1) \quad y^2 + Axy - x^2 + B = 0.$$

La droite orthogonale aura pour équation

$$x = a,$$

et si b est l'ordonnée qui répond sur la courbe à l'abscisse a , la tangente à l'une des courbes au point dont les coordonnées sont a et b aura pour équation

$$y = b,$$

qu'il faut identifier avec l'équation de la tangente à la courbe (1),

$$by + \frac{A}{2}bx + \frac{A}{2}ay - ax + B = 0.$$

Cette identification donne les relations

$$Ab - 2a = 0, \quad b = -\frac{2B}{Aa + 2b};$$

d'où l'on déduit

$$A = \frac{2a}{b}, \quad B = (a^2 + b^2),$$

et, en substituant dans l'équation (1), elle devient

$$(2) \quad y^2 + \frac{2a}{b}xy - x^2 - (a^2 + b^2) = 0,$$

où b est le seul paramètre variable. Il faut donc éliminer b entre l'équation (2) et la dérivée prise par rapport à b , c'est-à-dire entre les deux équations

$$\begin{aligned} b(y^2 - x^2 - a^2) - b^3 + 2axy &= 0, \\ y^2 - x^2 - a^2 - 3b^2 &= 0; \end{aligned}$$

ce qui donne enfin, pour la courbe enveloppe,

$$(3) \quad y^2 - x^2 - a^2 + 3(axy)^{\frac{2}{3}} = 0.$$
