

LAMÉ

**Discours prononcé lors de la reprise du
cours de calcul des probabilités, à la faculté
des sciences, le 26 avril 1851**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 10
(1851), p. 214-238

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1851_1_10__214_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1851, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DISCOURS

Prononcé lors de la reprise du Cours de Calcul des Probabilités,
à la Faculté des Sciences, le 26 avril 1854;

PAR M. LAMÉ,

Membre de l'Institut.

Messieurs, à l'ouverture de chacune des parties de ce cours, j'ai pris l'habitude de traiter quelque question relative aux sciences exactes, à leur enseignement, ou à leurs applications. D'abord, comme les savants qui ont créé le calcul des probabilités, comme les auteurs qui en ont traité, j'ai dû, dans un discours préliminaire, dire ce qu'était cette science, ce qu'elle pouvait, jusqu'où s'étendait son domaine; afin de justifier son droit de cité, et pour combattre une sorte de défaveur, tenant principalement aux difficultés de son analyse, mais aussi à ses hardiesses, et à ses solutions prématurées.

Depuis, je crois être parvenu à simplifier l'étude des probabilités, de manière à la rendre facilement abordable, sur tous les points, dans toutes les questions relatives à d'importantes applications. En outre, j'ai le bonheur de compter parmi mes amis, un savant (M. Bienaymé) qui aujourd'hui représente presque seul, en France, parmi les géomètres, la théorie des probabilités, qu'il a cultivée avec une sorte de passion, dont il a successivement attaqué et détruit les erreurs; je dois à ses conseils d'avoir bien compris la véritable portée de la science que j'enseigne, et quelles limites elle ne peut franchir sans s'égarer.

Maintenant que la défaveur n'a plus aucune raison

d'exister, sa disparition complète n'est plus que l'affaire du temps. Mon discours préliminaire n'y aiderait que fort peu; je pourrais donc m'en dispenser, et, comme on dit, entrer de suite en matière. Mais, à cette défaveur particulière, paraît s'en joindre une autre, plus menaçante, beaucoup plus étendue, et qui embrasserait toutes les mathématiques. Aujourd'hui, sous le prétexte de quelques réformes, peut-être nécessaires, dans l'enseignement des sciences exactes, on s'attaque aux théories et aux savants; on les déprécie, on les repousse, on restreint de plus en plus l'espace qu'ils occupent, pour faire une plus large place aux applications et aux praticiens. Si cet envahissement systématique continue, la véritable science, et ceux qui s'en occupent exclusivement, ne tarderont pas à disparaître. Une telle révolution dans l'enseignement sera-t-elle un progrès, ou une décadence? Je n'ai pu résister au désir d'aborder encore une fois cette question, de l'envisager aujourd'hui sur toutes ses faces, de jeter enfin une sorte de cri, dans l'espoir de conjurer un dangereux orage. Tel est le sujet que je me propose de traiter dans ce discours préliminaire. Que ne puis-je lui donner une force capable d'arrêter la destruction!

D'abord, il me sera facile, sans entrer dans trop de détails historiques, de faire ressortir cette vérité, que les mathématiques doivent les immenses progrès qu'elles ont faits, depuis deux siècles, à l'idée de les appliquer; c'est-à-dire que leur utilité, plus ou moins immédiate, a toujours dicté ces progrès. Remontez à leurs découvertes principales, elles n'apparaissent d'abord que comme des spéculations philosophiques; mais elles sont suivies, de très-près, par des applications importantes qui viennent doubler leur valeur. Et l'on ne saurait trop admirer cette logique cachée, et en quelque sorte instinctive, de l'esprit humain, qui, d'abord découvre et perfectionne

l'instrument, puis entreprendre hardiment, et à coup sûr, le travail utile pour lequel cet instrument était indispensable.

A peine Descartes et Pascal, Fermat et Leibnitz, ont-ils jeté les fondements de l'analyse appliquée, et du calcul infinitésimal, que Newton découvre le principe de la pesanteur universelle, et explique les lois qui régissent les mouvements des astres. Pour déduire toutes les conséquences de cette découverte, il a fallu un siècle de préparation : l'infatigable Euler, les Bernoulli, d'Alembert, dévoilent successivement toutes les ressources de l'analyse mathématique, et créent la mécanique rationnelle. Lagrange vient compléter, coordonner, simplifier toutes ces acquisitions de la science, et les réduire à un petit nombre de principes. Enfin ses travaux, ceux de Laplace surtout, de Legendre, Poisson, Ivory, de MM. Gauss, Poinsot, Binet, etc., achèvent cette première application des sciences exactes, et ne laissent plus qu'à glaner dans le champ de la mécanique céleste.

Mais une autre application, plus importante peut-être, plus difficile certainement, se prépare depuis longtemps; c'est celle qui concerne l'explication de tous les phénomènes physiques, spontanés sur la terre, ou que nous pouvons y faire naître. De ce côté, la science marche vers de nouveaux principes, analogues à celui découvert par Newton; et tandis que de nombreux expérimentateurs recueillent, sur tous les phénomènes physiques, des lois semblables aux lois de Képler, mais infiniment plus nombreuses et plus compliquées, les géomètres modifient et perfectionnent l'analyse mathématique, afin qu'elle puisse aborder ces lois, pour les calculer, les mesurer, les prévoir, les réduire à un moindre nombre; et, s'il est possible, à une loi unique, qui servira de base à une vaste théorie, à une sorte de *Mécanique terrestre*, dont la Mé-

canique céleste elle-même ne sera qu'un chapitre particulier. Cette œuvre immense est à peine commencée ; mais la réalité incontestable de ses premiers progrès ne permet pas de douter qu'elle ne s'accomplisse un jour, si des réformes exagérées, et intempestives, ne viennent pas éteindre le zèle des travailleurs, et anéantir jusqu'au souvenir de leurs découvertes.

Il me suffira de résumer succinctement ce que les géomètres ont fait depuis cinquante ans, pour justifier pleinement cette assertion. Mais d'abord, rappelons les étonnants progrès des sciences physiques, pendant la même période de temps. La chimie, dégagée de ses langes par la découverte de Lavoisier, est rapidement élevée au rang des sciences les plus fécondes, par les travaux de Bertholet, Chaptal, Gay-Lussac surtout, Dawy, Berzelius, Dulong, Ampère, de MM. Thenard, Chevreul, Dumas, Pelouze, Regnault, Balard, et tant d'autres. La physique proprement dite, dont l'origine, comme science, remonte à peine au delà de Newton, n'avait fait que des pas lents et clair-semés ; à l'époque de la découverte de Volta, qui date de 1800, elle prend son essor, et ses découvertes se multiplient rapidement. Malus, Wollaston, Fresnel, MM. Arago, Biot, Brewster, Babinet, découvrent sur la lumière de nouveaux faits, et des lois nouvelles. Gay-Lussac, Saussure, Dalton, Dulong et Petit, plus tard MM. Melloni, Pouillet, Despretz, M. Regnault et son école, font le même travail sur la théorie physique de la chaleur. La découverte d'OErstedt, sa liaison avec celle du magnétisme en mouvement, les travaux antérieurs de Dawy, ceux plus récents d'Ampère, de MM. Becquerel, de la Rive, Faraday, Pouillet, etc., font marcher à pas de géant la théorie physique de l'électricité. A cette science si nouvelle, et d'une fécondité sans exemple, se rattachent, par mille liens, les autres parties de la phy-

sique, la chimie, et même les phénomènes de la vie organique, qu'elle semble convier à venir lui demander leur cause, leur raison d'être.

La minéralogie, qui ne consistait d'abord que dans une simple classification factice, devient, après la découverte d'Haüy, une sorte de science rationnelle, fondée sur les propriétés géométriques, physiques et chimiques des substances minérales, cristallisées ou amorphes. Par ses lois naturelles, elle exerce une puissante réaction sur la chimie, et sur toutes les parties de la physique, comme le témoignent les travaux de Beudant, de MM. Mitscherlich, Dufrénoy, Senarmont, Ébelmen, Delafosse, Pasteur, etc. La géologie, qui se bornait à classer les roches, et à recueillir les indices que les différents terrains peuvent offrir, pour signaler la présence des minéraux utiles, devient une science de premier ordre, par les travaux de M. Élie de Beaumont sur l'âge relatif des révolutions du globe, par ceux de Brochant, Brongniart, de MM. de Buch, Cordier, Dufrénoy, Constant Prevost, etc. Enfin tous ces divers chapitres de l'histoire physique de notre globe, joints à la météorologie, et aux faits du magnétisme terrestre, sont coordonnés par les travaux de MM. de Humboldt, Arago, Duperrey, Kaëmtz, etc.

En présence de cette abondante moisson de faits nouveaux, les géomètres ne pouvaient rester inactifs. Habités à déduire rapidement les conséquences d'un principe ou d'une loi posée, ils aident d'abord puissamment aux travaux des expérimentateurs, les excitent, et les prévoient : plus d'une découverte physique n'a été que la vérification d'une de leurs prévisions. Puis ils cherchent à poser les fondements d'une théorie mathématique des nouveaux phénomènes. Ainsi font Malus, Ampère, ou les inventeurs eux-mêmes ; et surtout Fresnel, qui, par sa théorie de la double réfraction et tous ses autres tra-

vaux, doit être regardé comme le véritable fondateur de la physique mathématique.

Laplace étudie et explique les phénomènes capillaires. A son exemple, d'autres géomètres, se bornant à l'étude d'une classe très-particulière de phénomènes, parviennent à en donner la théorie mathématique, et élèvent ainsi quelques jalons d'une analyse rigoureuse sur le vaste domaine de la physique. Ainsi font Savary, M. Liouville, pour l'électrodynamique; Poisson, MM. Cauchy, Duhamel, pour l'acoustique; M. Bravais, pour les phénomènes optiques de l'atmosphère; et encore M. Cauchy, qui paraît être sur la voie d'une théorie mathématique complète de la lumière, si bien préparée par les travaux de Fresnel, Hamilton, Mac-Culagh, Newmann, et d'autres savants. Mais arrivons aux travaux qui constituent plus particulièrement la science générale, et toute moderne, appelée physique mathématique.

Fourier, et encore Laplace, puis Poisson, et d'autres géomètres, créent la théorie analytique de la chaleur, qui peut être regardée comme formant le premier livre de la Mécanique terrestre; la simplicité des phénomènes dont cette théorie assigne les lois, permettant d'essayer sur elle, et d'y façonner en quelque sorte les procédés de l'analyse, avant de les étendre à des théories plus complexes, et plus immédiatement applicables. Les travaux des mêmes géomètres, sur les lois qui régissent les températures du globe terrestre, prouvent d'ailleurs l'utilité directe de cette première théorie générale.

Enfin, Navier, puis Poisson, M. Cauchy et d'autres savants, créent la théorie mathématique de l'élasticité des solides. Ils font voir que l'explication complète des phénomènes qui en dépendent n'est maintenant arrêtée que par des difficultés d'intégration. Comme exemples, ils vérifient la plupart des découvertes de Savart sur les

vibrations des corps sonores, et donnent plusieurs formules de correction indispensables. Je dirai plus tard tout ce que cette seconde théorie générale recèle dans son sein.

De ces deux premières théories, et d'autres encore, résulte, pour toutes, une marche uniforme, que l'on peut résumer ainsi : la théorie mathématique d'une classe de phénomènes a pour base, un ou deux principes, un ou deux faits empruntés à l'expérience, et que l'on considère comme des axiomes; par eux, et à l'aide du calcul infinitésimal, on parvient à représenter l'ensemble de ces phénomènes par des équations différentielles, ou plutôt aux différences partielles; l'étude de ces équations donne déjà une grande partie des lois que l'on cherche; enfin leur intégration, plus ou moins avancée, faite d'après des circonstances données, peut seule embrasser toutes ces lois. Cette marche était indiquée par le chapitre de l'attraction des sphéroïdes, lequel n'est au fond que la théorie mathématique d'une certaine classe de phénomènes, la première qui ait atteint une perfection relative.

Ce premier résultat important sur l'ordre des travaux à entreprendre, pour atteindre le but désiré, prouve que les progrès de la physique mathématique sont subordonnés à ceux du calcul intégral, et particulièrement à ceux de l'intégration des équations aux différentielles partielles. L'état dans lequel la Mécanique céleste a laissé ces instruments d'analyse, exigeait de nouveaux perfectionnements. Il fallait surtout étudier de plus près les propriétés des surfaces en général, considérées comme limites des intégrations, ou comme celles des corps sur lesquels on se propose d'étudier les phénomènes physiques. A cet appel de la science répondent une multitude de travaux sur l'analyse appliquée à la géométrie, depuis ceux de Monge et Hachette, jusqu'à ceux de MM. Gauss,

Ch. Dupin, Poncelet, Brianchon, Chasles, Jacobi, Liouville, et autres.

En outre, les fonctions exponentielles et circulaires étaient insuffisantes; il fallait étendre la méthode des quadratures, l'enrichir de nouvelles fonctions, en étudiant avec soin leurs propriétés. Tel a été le but des travaux de Legendre, et des admirables découvertes d'Abel et de Jacobi, sur les transcendentes, elliptiques ou autres; découvertes dont l'extrême importance est successivement dévoilée par de nombreux commentateurs, et qui font plus que doubler la puissance de l'analyse mathématique.

Ce n'est pas tout. La mécanique rationnelle n'avait été inventée et façonnée que pour résoudre les questions de la mécanique céleste; il fallait appliquer ses principes généraux, surtout celui des vitesses virtuelles et celui des forces vives, aux mouvements qui ont lieu à la surface de la terre; en déduire la théorie des machines, celle des moteurs, les perfectionnements qu'exige l'emploi de ces instruments, et de ces agents industriels. Les travaux des deux Carnot, de Prony, Poisson, Ampère, Navier, Coriolis, de MM. Poinso, Ch. Dupin, Poncelet, Reech, ont successivement levé les principales difficultés de cette application nouvelle.

Ce résumé, si rapide et si plein, de tout ce que les géomètres modernes ont entrepris, pour hâter les progrès des sciences d'application, est encore fort incomplet. Je n'ai pas cité d'importants travaux, sur la théorie des nombres, par Lagrange, MM. Gauss, Poinso, Dirichlet, Lebesgue; sur l'analyse pure, par MM. Cauchy, Jacobi, Sturm, Liouville, Binet, Blanchet; sur le calcul des probabilités, par Laplace, Poisson, M. Bienaymé; travaux dont l'utilité serait facilement constatée, soit par les applications directes qu'elles ont fait naître, soit par leur influence, par leur réaction sur les autres branches des

mathématiques. En outre, je n'ai pas nommé tous les savants, ni les plus jeunes et les plus actifs, lesquels ont pris une large part à cette œuvre si étendue, et dont les recherches s'enchevêtrent, se croisent, naissent les unes des autres. J'ai cru pouvoir les passer sous silence, et m'effacer moi-même, dans cette description sommaire.

N'est-il pas de la dernière évidence que, durant le demi-siècle qui vient de s'écouler, les sciences exactes ont réellement fait, en vue même des applications, beaucoup plus de progrès que dans tous les siècles précédents? Si l'on objectait que les savants de nos jours, à qui la gloire en revient, ne paraissent pas cependant, étant vus de près, pouvoir être comparés aux illustres géomètres qui les ont précédés, nous répondrions que la plus grande importance des résultats obtenus s'explique tout naturellement, et par le plus grand nombre des travailleurs modernes, et par les ressources qu'ils ont puisées dans l'héritage même du siècle dernier.

Tout indique que cette ardeur scientifique, loin de se ralentir, va au contraire en s'accéléralant; les annales de la science inscrivent fréquemment les noms de nouveaux géomètres que signalent la France, l'Allemagne, et même l'Angleterre, où les mathématiques étaient peu cultivées depuis l'époque newtonienne, et qui se réveille enfin d'un long assoupissement. Et c'est lorsque le travail est si bien préparé, lorsque tant d'efforts s'y concentrent, c'est ce moment que l'on semble choisir pour arrêter le mouvement scientifique en France, par des réformes, au moins inopportunes.

Mais à côté, et parallèlement à la phalange des géomètres théoriciens, qui paraît destinée à poursuivre le grand œuvre de la Mécanique terrestre, s'en meut une autre, plus nombreuse, plus impatiente, moins disciplinée, celle des géomètres praticiens. En tête, se trouvent

les savants qui appliquent les formules trouvées à l'astronomie, construisent les Tables des mouvements planétaires, déduisent, de longs calculs numériques, le retour des comètes, l'instant de leur passage au périhélie, l'existence et les éléments de nouvelles planètes perturbatrices, et qui, comme Clairaut, Delambre, Bessel, Savary et M. Le Verrier, vérifient les dernières conséquences du principe de la pesanteur universelle. Puis viennent les savants qui utilisent les Tables de statistique, pour en déduire, à l'aide des formules fournies par le calcul des probabilités, le mouvement de la population, le taux des rentes viagères, celui des assurances de toute espèce. Enfin se présentent les ingénieurs, qui appliquent la mécanique rationnelle à l'étude de leur art; qui s'efforcent de déduire, du principe des forces vives, le calcul complet de l'effet des machines, du travail des moteurs, de la résistance des matériaux, et qui, ne trouvant pas les sciences théoriques assez avancées pour résoudre complètement toutes ces questions, comblent les lacunes par des procédés approximatifs, pouvant suffire actuellement: tel est, en effet, le but d'une multitude de travaux de MM. Poncelet, Piobert, Morin, Combes, et de presque tous nos ingénieurs.

Ce partage des géomètres, en théoriciens et praticiens, n'établit aucun parallèle défavorable à l'une ou à l'autre des deux classes. Les fonctions sont seules essentiellement différentes. Ces fonctions sont éminemment utiles, chacune de son côté, pas plus l'une que l'autre; et dans cette division du travail général, il importe que la concorde règne dans les deux camps, afin que leur puissance d'action ait tout son effet. Il arrive souvent d'ailleurs qu'un même savant cumule les deux fonctions, au grand avantage de la théorie et de l'application. Je citerai comme exemples: M. Delaunay, théoricien par ses recherches d'a-

nalyse, de géométrie et de mécanique, praticien par ses travaux sur les Tables lunaires et sur les marées; M. Bien-aimé, théoricien par ses recherches sur le calcul des probabilités, et praticien par ses travaux sur les Tables de mortalité et sur d'autres applications; enfin M. Poncelet, théoricien par ses belles recherches sur la géométrie et la mécanique rationnelle, praticien par ses calculs sur les machines et les moteurs.

Mais, en dépit de tant de liens et malgré toutes les apparences d'une entente parfaite, c'est dans le camp des géomètres praticiens purs que s'est propagée une fausse appréciation de l'utilité des sciences exactes. Erreur, illusion dangereuse; car si elle parvient à diriger l'enseignement, la décadence est imminente. Les ingénieurs, habitués à de pénibles travaux d'application, voyant clairement les imperfections de la théorie, ne pouvant y remédier à l'aide d'une analyse rigoureuse, ont essayé d'y suppléer par d'autres recherches; ils ont créé une sorte de physique mathématique factice, s'appuyant sur des formules empiriques, c'est-à-dire déduites de l'expérience, et qui peuvent être employées, sans de graves erreurs, entre certaines limites.

Reconnaissons-le, ce travail préliminaire était utile, indispensable. L'industrie humaine ne peut régler son pas sur la marche mesurée et prudente de la science. Son impatience l'en éloigne; elle se contente d'à peu près. Si elle a besoin de certains nombres, il faut les lui calculer, exacts ou approchés, rigoureux ou erronés, peu lui importe. Elle court à de nouvelles conquêtes, sans s'embarasser de ce qu'elle laisse d'imparfait derrière elle. La véritable science arrivera là, plus tard, pour corriger, consolider, perfectionner. Mais, ne l'oublions pas, il faut que la science suive, et d'assez près pour être entendue, pour avertir quand on fait fausse route. Si vous étouffez

sa voix, si vous méprisez ses travaux, vous marchez à l'aventure; vous vous perdrez infailliblement.

Souvent, l'homme absorbé par un travail long et fatigant, auquel il a consacré sa vie active ou intellectuelle, finit par mal juger tout ce qui ne rentre pas dans le cercle restreint de ses idées ordinaires; il est insensiblement conduit à refuser une valeur réelle à tout autre mode d'activité de l'esprit, à mépriser même ceux qui s'en occupent. Ainsi font beaucoup de praticiens : la science empirique qu'ils ont édifiée, leur a suffi, a présidé à tous leurs travaux, leur a permis de les exécuter tant bien que mal; alors ils ne voient plus qu'elle; ils la regardent comme la seule utile, comme la seule qui doit être enseignée à leurs successeurs. Ils oublient que s'ils ont pu créer cette science d'attente, c'est parce qu'ils avaient été préalablement nourris des saines doctrines, parce qu'ils avaient pu prendre leur point de départ sur un terrain solide, dans la véritable science. Mais ils la méprisent aujourd'hui, ils la méconnaissent au point de nier les nombreux emprunts qu'ils lui ont faits. Et leur œuvre, encore si imparfaite, ils veulent la livrer à de nouveaux praticiens qu'ils auront formés dans l'ignorance de la vraie théorie! Mais si cette nouvelle génération d'ingénieurs veut aussi réformer, que sera cette seconde puissance de l'à-peu-près!!

On voit ainsi se produire dans la science, et parmi les savants, les mêmes égarements que dans un tout autre monde. Une question difficile se présente, mais elle n'est pas assez bien définie dans toutes ses parties pour qu'on puisse la résoudre d'une manière complète et rigoureuse; si cependant une solution telle quelle est indispensable, alors on a recours à quelque procédé transitoire qui donne le temps d'attendre, et qui n'engage pas l'avenir. Mais les impatients, ceux qui se sentent ou qui se croient ca-

pables d'aborder des questions de cette nature, qui même ont fait leurs preuves sur des sujets moins épineux, ne peuvent se résigner à l'inaction. De là les fausses théories, les utopies de toute espèce que leurs inventeurs essayent de propager par tous les moyens, dussent-ils rendre impossible l'avènement de la véritable solution.

C'est ainsi que d'habiles géomètres, tant théoriciens que praticiens, ont quelquefois sacrifié leur talent à de fausses idoles. Et la preuve n'est pas loin : feuillotez l'immense recueil des travaux mathématiques de notre époque, vous y distinguerez facilement deux genres d'analyse appliquée. L'une prudente, rigoureuse, ne s'appuyant que sur des principes incontestables, riche de déductions, féconde par ses conséquences, à laquelle les amateurs donnent à bon droit l'épithète d'élégante. L'autre, plus hardie d'abord, mais s'appuyant sur des hypothèses hasardées, qui la conduisent péniblement à des résultats numériques incertains, noyés dans des calculs lourds, inextricables, résultats isolés et sans avenir.

Il existe un caractère infailible auquel tout géomètre pourra reconnaître, lui-même, si son travail appartient au premier ou au second genre. S'il est dans le vrai, s'il a abordé une question bien posée et que l'analyse mathématique puisse résoudre, à chaque difficulté qu'il rencontre, qu'il parvienne à surmonter à force de persévérance, et quelquefois par une véritable découverte analytique, il voit ensuite la question marcher en quelque sorte toute seule, les conséquences se multiplier d'elles-mêmes, jusqu'à ce qu'un nouvel obstacle exige une nouvelle concentration d'efforts, dont le succès ramène la même fécondité; alors il travaille dans le premier genre. Mais s'il a entrepris de résoudre un problème mal défini à l'aide de principes douteux, il est obligé de tourner les obstacles plutôt que de les franchir; la question est, en quelque

sorte, récalcitrante, elle ne marche que quand on la pousse; le géomètre travaille alors dans le second genre; et si son œuvre pénible n'est pas indispensable, il ferait bien de ne pas la publier. Malheureusement, nous n'aimons pas à perdre complètement nos peines, et, par ce motif, bien des œuvres indigestes ont vu le jour. D'illustres géomètres ont péché par là : comparez le beau Mémoire de Poisson, sur l'équilibre de l'électricité statique à la surface des corps conducteurs, avec son pénible travail sur le magnétisme, même en mouvement, qu'il veut expliquer par l'existence de deux fluides magnétiques, et vous comprendrez la distinction que j'établis.

Mais quittons cette pierre de touche des bons travaux, et revenons aux praticiens. Les circonstances ont surtout favorisé la propagation de l'erreur ou de l'illusion que je déplore, et dont je crains les résultats; un excès dans la division du travail a trop éloigné les ingénieurs des sujets de leurs premières études, et du commerce des théoriciens. Deux exemples anecdotiques feront mieux comprendre toute ma pensée. J'emprunte l'un d'eux à ma propre biographie; mais le rôle que j'y ai joué, dû en grande partie aux circonstances, tout autre eût pu le remplir à ma place.

Il y a plus de trente ans, en 1820, M. Clapeyron et moi nous quittons le corps des mines, en France, pour aller à Saint-Petersbourg relever une école d'ingénieurs, qui menaçait ruine faute de professeurs. Là, nous avons dû enseigner, successivement et simultanément, toutes les mathématiques, depuis les éléments jusqu'au calcul infinitésimal, la mécanique rationnelle, la théorie des machines, et le cours de construction dans toutes ses parties. Dans cette école, le temps consacré aux études scientifiques était plus limité qu'il ne l'est en France; par exemple, il fallait parcourir toute la mécanique rationnelle en trente leçons; c'était bien peu. Pour utiliser le

mieux possible le temps assigné, nous avons à peu près réduit le cours à la connaissance approfondie du principe des vitesses virtuelles, et de celui des forces vives, en multipliant leurs applications sur des sujets nombreux. Le cours de machines et celui de construction, que nous professons aussi, nous venaient en aide par les exemples qu'ils fournissent. Et ces trois cours, réunis dans les mêmes mains, formaient un tout homogène, où dominait la rigueur mathématique, et d'où l'empirisme était scrupuleusement banni.

Toutefois, pour rester dans ces conditions dont nous ne voulions nous départir à aucun prix, nous avons dû nous condamner à de rudes travaux de préparation. C'est ainsi que nous avons introduit, peut-être les premiers, dans les cours d'application, le chapitre relatif aux engrenages, à leur génération, au calcul de leurs frottements; celui de la poussée des voûtes et du tracé de leurs joints de rupture; chapitres qui forment, dans les cours dont ils font partie, comme deux oasis de théorie rigoureuse. Cependant nous n'étions pas satisfaits, nous cherchions à jeter les bases de la théorie mathématique de l'élasticité, et notre travail sur l'équilibre intérieur des corps solides indique tous les efforts que nous avons faits, pour éviter l'empirisme et ses funestes conséquences.

En France, à la même époque, Navier se trouvait à la fois professeur d'analyse et de mécanique rationnelle à l'École Polytechnique, et chargé d'un cours de machines et de construction aux Ponts et Chaussées. Sans doute dominé comme nous par cette passion pour la rigueur mathématique, que les sciences exactes inspirent à tous ceux qui les professent, il chercha longtemps aussi à restreindre l'espace occupé par l'empirisme dans les cours d'application. Les mêmes circonstances le conduisirent au même but; et il venait de présenter son travail sur les corps

élastiques, quand le nôtre, presque identique au sien, et enfanté à 800 lieues de Paris, arrivait à son examen. Les recherches de Poisson et de M. Cauchy sur le même sujet sont postérieures aux siennes.

Ainsi, placez des ingénieurs dans des circonstances telles, qu'ils doivent s'occuper à la fois de cours de théorie et de cours d'application, ils travailleront pour ne jamais abandonner la rigueur mathématique; et leur concours accélérera les progrès de la véritable science. Isolez-les, au contraire, chargez-les uniquement de cours d'application, ils resteront géomètres praticiens; et de plus en plus identifiés avec leur science d'attente, ils essayeront de la faire régner seule et sans partage.

Et voilà ce qui explique ce fait singulier, que les plus grands détracteurs d'une célèbre institution, que ceux qui veulent la détruire, s'ils ne la réforment d'après leurs idées anti-scientifiques, ont cependant passé par cette institution même. Résultat déplorable, qui conduit à penser qu'au lieu de restreindre, dans les écoles générales, l'enseignement théorique, pour tailler une plus large place aux cours dits pratiques, ce serait précisément le contraire qu'il faudrait faire; c'est-à-dire introduire, dans les écoles d'application, des cours de haute théorie, semer le bon grain à côté de l'ivraie, afin que les élèves ne perdent pas de vue les saines doctrines, que, constamment placés entre la rigueur mathématique et l'empirisme, leur choix ne soit pas douteux, et, qu'une noble passion aidant, ils fassent aussi tous leurs efforts pour hâter l'époque où l'on pourra se passer de l'à-peu-près. Si cette sage mesure avait été prise lors de l'organisation des corps savants, nous compterions aujourd'hui plus d'un Prony, plus d'un Brisson, plus d'un Navier, plus d'un Coriolis, qui auraient cultivé la science, au lieu de la proscrire.

Ne croyez pas qu'en proposant de développer, dans le

amp même des géomètres praticiens, le drapeau qu'ils repoussent, je ne fasse qu'opposer une exagération à une autre. Non : cette mesure se présente d'elle-même à l'esprit, lorsqu'on se rend bien compte de l'état actuel de la science, et qu'on cherche ce qu'il serait convenable de faire pour accélérer ses progrès. Il me sera facile de mettre cette vérité hors de doute, en utilisant le tableau que je viens d'exquisser.

On est généralement convenu d'attribuer à Bacon, toute une théorie sur la marche que l'esprit humain doit suivre pour arriver à la connaissance et à l'explication positive des phénomènes naturels. J'avoue humblement que j'ai en vain cherché, dans son *Novum organum*, des traces bien certaines de tout ce qu'on lui a prêté; et j'aime mieux attribuer l'honneur de cette découverte, s'il y a découverte, à l'esprit humain lui-même, dont la logique instinctive s'est si souvent manifestée. Quoi qu'il en soit, la marche dont il s'agit a été admirablement tracée par la série des travaux qui ont élevé l'astronomie au degré de perfection que nous lui connaissons : premièrement, observations multipliées et recueillies avec soin; secondement, travail de Képler pour résumer les résultats de ces observations par un petit nombre de lois; troisièmement, application de l'analyse, faite par Newton, pour ramener ces lois à une seule, c'est-à-dire au principe de la pesanteur universelle; quatrièmement, enfin, travail inverse des commentateurs, pour expliquer par ce principe tous les phénomènes célestes, et embrasser à la fois les états passés, présents et futurs.

Dans l'œuvre semblable, mais beaucoup plus complexe, que la science poursuit aujourd'hui, la même marche se reproduit, et l'on y reconnaît facilement les quatre genres de travaux. Les découvertes, les faits ont été accumulés outre mesure; c'est le premier travail, le recueil des ob-

servations. Des milliers d'expériences ont été entreprises pour étudier successivement toutes les classes de phénomènes, pour les coordonner, les résumer par un certain nombre de lois; c'est le travail képlérien. Les géomètres ont réussi à ramener à une seule toutes les lois de certaines classes particulières de phénomènes; voilà l'époque newtonienne ébauchée. Enfin quelques savants ont été assez heureux pour déduire, de théories mathématiques partielles, l'existence de phénomènes non soupçonnés par les physiciens, et que l'expérience a vérifiés: tels que les cristaux à deux axes, la double réfraction conique, la double réfraction cylindrique, les franges lumineuses dans l'ombre d'un disque, etc., conséquences nécessaires des théories de Fresnel, et encore certains faits déduits de l'électrodynamique. On reconnaît là des indices certains de cet immense travail en retour, qui consistera à expliquer et à prévoir les phénomènes, quand leurs principes seront découverts.

On voit que l'activité n'a pas fait défaut dans les quatre ateliers. Les deux premiers, surtout, ont à peu près achevé leur tâche. Mais le troisième, celui des géomètres théoriciens, est évidemment en retard; les difficultés qui s'y rencontrent suspendent les progrès du travail général; c'est là qu'il conviendrait d'accumuler, de concentrer de nouvelles forces, de multiplier les travailleurs. Sinon, si cet état se prolonge, les autres ateliers abandonneront la partie, et on ne les retrouvera plus, quand il s'agira d'appliquer la théorie, et de vérifier ses résultats par l'expérience. Déjà, dans leur impatience, ils emploient leurs forces à des travaux étrangers, utiles sans doute sous d'autres rapports, mais qui ne concourent plus au but commun, qui même peuvent en retarder l'avènement.

C'est ce que fait le quatrième, celui des géomètres pratiques, des ingénieurs, lequel devait couronner l'œuvre,

qui était constitué, de longue main, pour commenter les principes trouvés, pour traduire en nombres toutes leurs conséquences. Le premier, celui des pionniers de la science, des chercheurs de faits nouveaux, a, depuis plusieurs années, abandonné la voie commune; il s'est jeté dans des applications étrangères: la photographie, la galvanoplastie, la télégraphie électrique et d'autres inventions, prouvent toute sa fécondité; mais, tout en admirant ces découvertes, on doit reconnaître qu'elles n'avancent pas celle des principes.

Enfin le second atelier, celui des expérimentateurs, s'est attaqué aux lois trouvées: il a perfectionné ses procédés au point de rendre sensibles les plus petites inexactitudes de ces lois. Et rien ne fait mieux sentir le retard des géomètres dans l'œuvre commune: car, supposez que, immédiatement après les travaux de Képler, les procédés employés par les astronomes observateurs, se fussent assez perfectionnés pour permettre d'apercevoir les inexactitudes des lois trouvées, la connaissance de ces inexactitudes pouvait ajourner le travail de Newton. Heureusement, elles n'ont été bien constatées qu'après la découverte du principe, et s'expliquant merveilleusement par les perturbations dues aux actions mutuelles des planètes, elles sont venues confirmer le principe plutôt que de l'infirmier.

N'est-il pas clair, maintenant, que si l'on veut aider aux progrès de la science, si l'on veut hâter l'œuvre de notre siècle, ce qu'il faudrait faire aujourd'hui, ce serait d'encourager, d'exciter les géomètres théoriciens, d'augmenter leur nombre par tous les moyens possibles, de diriger l'enseignement des sciences exactes, de telle sorte que les élèves connaissent bien tous les instruments de l'analyse, ceux-là même qu'il faut perfectionner pour atteindre le but désiré. Et l'on voit que cette conclusion

toute naturelle est diamétralement opposée à celle de nos réformateurs.

Mais, nous dira-t-on, la nouvelle époque newtonienne dont vous annoncez la venue, est un rêve de votre imagination ; l'humanité courra éternellement après les principes, sans jamais les atteindre ; et ce serait folie d'organiser quoi que ce soit en vue de ce but chimérique. Notre réponse est prête : quelle que puisse être notre croyance à cet égard, nous ne demandons rien d'aussi sublime ; notre but est infiniment plus accessible, nous le touchons presque, et (pardon de la chute) il s'agit, tout bonnement, d'intégrer, d'une manière convenable, les équations aux différences partielles qui représentent l'équilibre intérieur des corps solides élastiques ; et voilà tout.

Lorsque cette intégration sera faite, étudiée, commentée, il n'y aura plus rien d'indéterminé dans vos constructions ; vous pourrez calculer exactement la forme précise des solides d'égale résistance dans toutes les circonstances, diminuer considérablement les poids de vos machines, réaliser des applications importantes, que l'exagération de ces poids rend actuellement impossibles. Et il vous serait difficile de dire où s'arrêteront, pour les arts industriels, les conséquences de cette intégration, que nous poursuivons.

Voilà pourquoi nous voudrions que le plus de membres possible des corps savants, qui peuvent si bien comprendre toute l'importance de la découverte dont il s'agit, connussent à fond l'analyse mathématique, afin d'aider à l'achèvement d'un travail commencé par des ingénieurs-géomètres. Or, pour obtenir ce résultat, il faut se garder de restreindre l'enseignement des sciences exactes dans les écoles générales, et, en outre, introduire des cours de théorie pure dans les écoles d'application. Voilà ce que je voulais établir.

Mais, nous dira-t-on encore, vous parlez d'augmenter le nombre des géomètres-théoriciens, comme si cela était possible, comme si les vocations s'imposaient, et, pour un ou deux sujets éminents, capables de remplir vos vues, et qui, de loin en loin, pourraient passer par nos écoles, vous voulez encombrer l'enseignement de cours inutiles à la totalité des élèves. L'objection est spécieuse; la réponse ne sera pas moins catégorique.

D'abord, entendons-nous sur le mot *inutile*. Comme je l'ai dit et répété dans mes premiers discours : « L'utilité » principale et première de l'étude des sciences exactes » est de faire naître, d'exercer, de perfectionner la faculté du raisonnement, de la rendre en quelque sorte » infaillible, en l'appliquant constamment, et pendant » de longues années, à des sujets qui soient à l'abri de » toute controverse;... l'utilité immédiate, ou pratique, » de cette étude ne vient qu'en seconde ligne.... » Or, l'utilité principale profitera à tous les élèves, et dans l'école générale, et dans les écoles spéciales, où il est très-important que la saine théorie ne les abandonne pas en présence de l'empirisme et de l'à-peu-près, si propres à faire dévier l'esprit, même le plus solide.

Ensuite n'oublions pas que tous doivent entrer dans les corps savants, pour y remplir la fonction de géomètres-praticiens, pour y commenter les résultats théoriques à mesure que la science les découvre, pour exprimer numériquement leurs dernières conséquences; et si vous leur laissez ignorer les procédés analytiques qui ont présidé à la découverte de ces résultats, comment voulez-vous qu'ils les appliquent, qu'ils remplissent leur mission? C'est comme si vous exigiez qu'ils obéissent à un ordre écrit dans une langue qui leur serait inconnue. Vous le voyez, les cours de théorie auront cette utilité pratique que vous admettez seule, et ces cours profiteront à tous

les élèves indistinctement; ils ne seront inutiles pour aucun.

Parlons maintenant de la *vocation*. On dit, et l'on croit assez généralement, que chaque génération apporte un contingent très-limité, et à peu près constant, d'hommes supérieurs, dans telle ou telle faculté, pour tel ou tel mode d'activité de l'esprit. Je ne sais : mais à moins d'établir des analogies singulières entre les différents genres de célébrité, ou à moins d'attribuer une élasticité fort grande à cette limitation naturelle, il me paraît difficile d'expliquer, dans ce système, pourquoi tel siècle abonde en littérateurs distingués, celui-là en artistes du premier ordre, celui-ci en savants illustres. Il me semble plus rationnel d'admettre qu'à toute époque, la société renferme les éléments nécessaires pour répondre à tous les besoins ; forces nombreuses et variées, qui restent latentes si elles ne sont pas actuellement utiles, et qui se manifestent avec abondance quand les circonstances sont favorables.

Quoi qu'il en soit, une longue pratique dans l'enseignement des sciences, des observations suivies sur la marche et les variétés de l'intelligence, m'ont conduit à une formule qui paraît exprimer assez bien la force productive qu'il nous importe de connaître. Parmi les élèves qui suivent les cours de mathématiques de nos collèges, un tiers apporte toute l'attention nécessaire pour profiter de ce genre d'études, et pour comprendre tout ce qu'on leur enseigne. Ce premier contingent, qui peuple seul les diverses écoles générales, s'y fractionne encore une fois, sous le point de vue de l'aptitude mathématique; là, le quart des élèves étudient les sciences exactes avec goût, et peuvent, si l'enseignement est complet et bien dirigé, devenir des géomètres-théoriciens. Enfin, le plus ou le moins de succès des études concomitantes, et leur influence sur le classement définitif, répartit uniformément ce

noyau d'analystes dans tous les services publics; en sorte que, dans chaque école d'application, le quart de toute promotion pourrait tirer, du cours de théorie pure, l'utilité particulière que nous avons en vue. N'est-ce pas assez pour justifier la mise à exécution de la mesure que nous proposons? Surtout si l'on considère qu'il ne s'agit pas ici de ces êtres privilégiés et exceptionnels, qui, de loin en loin, viennent étonner le monde savant par la précocité et la puissance de leur intelligence; ils sont trop rares pour qu'on doive compter sur eux.

En résumé, si l'on veut absolument modifier l'enseignement des mathématiques, deux systèmes opposés se présentent pour diriger les réformes. L'un d'eux propose de restreindre de plus en plus les cours de théorie, et de faire prédominer les cours d'application, les idées de pratique immédiate, en s'étayant sur des lois empiriques. L'autre demande, au contraire, que les cours de théorie soient complétés, qu'ils s'étendent jusqu'aux dernières découvertes des géomètres, dans le but de restreindre, de plus en plus, l'espace occupé par l'empirisme dans les cours d'application. Le premier, ne croyant pas aux progrès futurs de la théorie, et satisfait de son état actuel, veut la fixer à tout jamais dans cet état. Le second, considérant que la science s'éteint et se perd quand on l'empêche d'avancer, et croyant fermement à ses progrès, veut les préparer et les exciter.

On comprend toute la gravité du choix que l'on va faire. Ou le mouvement scientifique continuera à s'accélérer en France, jusqu'à l'achèvement de l'œuvre que j'ai définie; ou bien l'honneur d'y mettre la dernière main appartiendra à une autre nation, et probablement à une autre époque. D'un côté la gloire, de l'autre la décadence. Tout à espérer ou tout à craindre. Cruelle incertitude que je voudrais en vain dissiper, et que de nouvelles ex-

plorations sur cette question brûlante ne serviraient qu'à augmenter.

On pourra trouver que j'attribue trop d'influence à certains actes, m'accuser même de douter de la science, qui marche et atteint son but, malgré les efforts contraires de ceux qui la dédaignent. On pensera que si, par suite des réformes dont j'ai signalé le danger, telle institution ne produit plus de bons géomètres, alors ceux-ci se formeront ailleurs; dans une école voisine, par exemple; école d'où sont déjà sortis tant d'excellents professeurs, et des jeunes savants dont les noms retentissent dans nos académies.

Tout cela ne me rassure pas : il est un élément essentiel que ces réformes suppriment, et qui, seul, pouvait accélérer l'œuvre séculaire. Dans les sciences exactes, plusieurs routes différentes s'offrent aux géomètres. La théorie des nombres, l'analyse pure, la géométrie, la mécanique rationnelle, la physique mathématique, la théorie des probabilités, réclament toutes des travailleurs. Mais, pour réussir dans telle de ces carrières, il faut un apprentissage spécial, sans lequel l'analyste le plus éminent ne produira le plus souvent que des œuvres éphémères.

Aujourd'hui, le géomètre qui voudra sérieusement faire avancer la mécanique rationnelle ou la physique mathématique, devra réunir des connaissances étendues, sur les machines, sur les moteurs, sur les matériaux de toute espèce employés dans les arts, ou connaître à fond la physique, la chimie, tous les modes d'action des forces naturelles. Sans ces études préliminaires, il ne pourra travailler fructueusement que sur les nombres, sur l'analyse pure, sur la géométrie, sur les probabilités. Ces quatre branches des mathématiques pourront encore faire des progrès en France, quand nos géomètres sortiront tous d'une école où l'on ne s'occupe pas d'applications;

mais les deux autres branches, la mécanique rationnelle et la physique mathématique, resteront probablement stationnaires, ou passeront à l'état de sciences empiriques.

Voilà ce qu'on éviterait en modifiant, dans le sens que j'ai indiqué, le programme des études dans l'école générale et dans les écoles spéciales de nos corps savants. Un géomètre sorti de cette institution, ainsi perfectionnée, mais après l'avoir parcourue dans toutes ses phases, serait plus utile aux progrès de l'analyse appliquée que tous ceux qui auraient suivi l'autre route....