Note sur les lignes de courbure d'après M. Joachimsthal

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 64-65
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__64_1>

NOTE SUR LES LIGNES DE COURBURE

D'APRÈS M. JOACHIMSTHAL.

(Journal de M. Crelle, t. XXVI, p. 179; 1847.)

---

1. *Lemme.* Dans une surface du second degré, pour que deux normales se rencontrent, il est nécessaire et suffisant que la polaire de la droite qui joint les points d'où partent les normales soit perpendiculaire à cette droite.

2. *Lemme.* Deux droites polaires sont parallèles à deux diamètres conjugués de la surface.

3. *Lemme.* Lorsqu'une droite est tangente à une surface du second degré, la polaire est aussi tangente à cette surface.

4. THÉORÈME. *Si, par le point d'une surface du second degré, on mène deux tangentes parallèles aux axes principaux de la section diamétrale parallèle au plan tangent, ces deux tangentes sont tangentes aux lignes de courbure.*

Démonstration. En allant dans la direction d'une de ces tangentes, la normale infiniment voisine rencontre celle du point de contact; c'est une conséquence des lemmes précédents.

Il ne passe donc en chaque point que deux lignes de courbure et de direction perpendiculaire.

Observation. Le théorème subsiste pour une surface quelconque; il faut avoir recours à l'ellipsoïde osculateur.