

EDMOND PLOIX

Solution de la question 211

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 59-60

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__59_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 211

(voir t. VIII, p 392),

PAR M. PLOIX (EDMOND).

On prolonge le rayon de courbure d'une conique, à l'extérieur, d'une longueur égale à ce rayon; le cercle décrit sur le prolongement comme diamètre coupe orthogonalement le lieu géométrique du sommet de l'angle droit circonscrit à la même conique. (STEINER.)

Prenons une ellipse dont le centre est en C; décrivons le cercle du rayon $\sqrt{a^2 + b^2}$, lieu géométrique du sommet de l'angle droit circonscrit à l'ellipse.

Soit une tangente quelconque AT; et AM le prolongement du rayon de courbure. Supposons décrit un cercle tangent en A à la droite AT, et coupant orthogonalement la seconde circonférence du rayon $\sqrt{a^2 + b^2}$. Soit G le point de rencontre des deux cercles; on sait que GC est tangent à la première circonférence, dont le centre est en O.

Il suffit de prouver que OA est égal au demi-rayon de courbure du point A, ou à

$$\frac{a'^2}{2b' \sin \theta}; \quad b' = CA; \quad \theta = \text{tang CAT}.$$

Or, soit prolongé CA jusqu'à ce qu'il rencontre de nouveau le cercle en B. On a

$$CB \cdot CA = \overline{CG}^2 = a^2 + b^2;$$

donc

$$CB = \frac{a^2 + b^2}{b'}$$

(60)

D étant le milieu de AB, on a

$$DA = \frac{1}{2} AB = \frac{BC - b'}{2} = \frac{a^2 + b^2 - b'^2}{2b'} = \frac{a'^2}{2b'}$$

Or

$$OA = \frac{DA}{\cos OAD} = \frac{DA}{\sin \theta};$$

on a donc

$$OA = \frac{a'}{2b' \sin \theta}.$$

Ce qu'il fallait trouver.

La même démonstration a lieu pour l'hyperbole. Le cas particulier pour la parabole est dû à M. Poncelet, et a précédé l'énoncé général de M. Steiner; il a été démontré par M. Géroton (tome II, page 185).